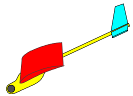
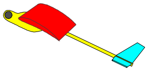
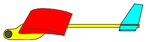
Materiały do wykładu



Fizyka w doświadczeniach





Krzysztof Korona

Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki

2010-23

IV Drgania i fale

Kolejne trzy wykłady poświęcone będą ruchowi okresowemu, drganiom i falom. Falami są tak ważne obiekty, jak dźwięk i światło. Okazuje się też, że falami są również cząstki elementarne, z których zbudowany jest nasz świat. Fizyka falowa, jest zatem jedną z podstaw fizyki współczesnej.

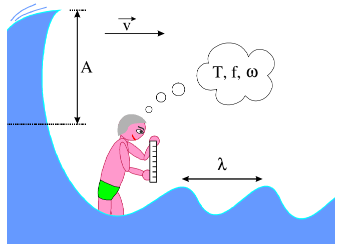
Wykład 10. Ruch okresowy

10.1 Wstęp

Na dzisiejszym wykładzie zajmiemy się ruchem okresowym. Ruch okresowy jest wieczny, ale odbywa się ciągle w tym samym miejscu. Starożytnym symbolem nieskończoności jest wąż, który zjada własny ogon (Uroboros, zwinięty w kółko). Dla współczesnych fizyków takim symbolem mogłaby być sinusoida, która ciągle przechodzi przez te same wartości falując w nieskończoność (a która też przypomina węża).

Plan

1. Wstęp
2. Wielkości fizyczne w ruchu okresowym
3. Ruch harmoniczny
4. Składanie drgań
5. Mody drgań i rezonans



Rys. 10.1 Parametry opisujące fale.

10.2 Wielkości fizyczne w ruchu okresowym

Zarówno ruch obrotowy jak i drgający są ruchami okresowymi.
Ruch drgający daje się łatwo zamieniać na obrotowy i na odwrót.
Przykładem może być prosty przyrząd: śmigiełko na patyku.

Rys. 10.2 Śmigiełko na patyku.

Listewka, używana w doświadczeniu, ma wyżłobione nacięcia, Gdy przesuniemy po niej kawałkiem drewna, to wprawimy ją w drgania, które następnie wprawią śmigiełko w ruch obrotowy. Dzieje się tak dlatego, że listewka wykonuje drgania zarówno w kierunku poziomym, jak i pionowym, ale drgania te są przesunięte w fazie. (Składanie drgań prostopadłych omówiona jest w rozdz. 10.4)
Z doświadczenia tego widać, że oba ruchy drgający i obrotowy mają ze sobą wiele wspólnego, a zatem powinny też być opisywane przy pomocy podobnych wielkości fizycznych.

Opis ruchu okresowego (parametry) (!)

Podstawowymi parametrami ruchu okresowego, drgającego są następujące wielkości fizyczne:

Amplituda, A, jest to maksymalne odchylenie drgającego ciała od wartości średniej.
Okres, T definiujemy jako czas jednego pełnego drgania. Mierzymy w sekundach (lub innych jednostkach czasu).
Częstość (lub częstotliwość) ($f = 1/T$) to liczba drgań na jednostkę czasu. Najczęściej używaną jednostką jest herc, Hz: 1 Hz = 1/s.
Używamy też innych jednostek 1/min, 1/h itp.
Częstość kołowa:

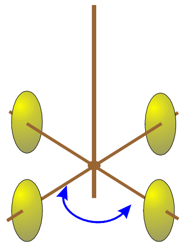
$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \qquad (10.1)$$

jest odpowiednikiem prędkości kątowej. Jednostka: 1/s.
Niektóre parametry w ruchu okresowym są inne niż w obrotowym. Na przykład w ruch drgający charakteryzujemy podając amplitudę, A, a ruch obrotowy - podając promień, r.

Wahadło skrętne

Wahadło skrętne drga obracając się. Wykonuje zatem jednocześnie ruch obrotowy i drgający. Ruch obrotowy jest zmienny, a więc nie można mu przypisać stałych parametrów (np. stałej prędkości kątowej ω).
Występujące w tym ruchu parametry:
- okres T [s],
- częstość f [1/s, 1/min],

przypiszemy ruchowi drgającemu.
Amplituda A wyrażona będzie w mierze kątowej.

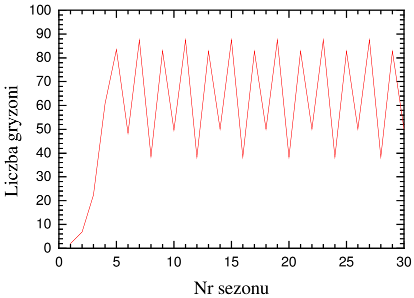


Rys. 10.3 Wahadło skrętne.

Wyobraźmy sobie, że w pewnym środowisku (niszy ekologicznej) żyją gryzonie i polujące na nie drapieżniki. Gryzonie rozmnażają się, tak że jeżeli na początku sezonu było ich L sztuk to pod koniec będzie g*L. Jeśli jednak gryzoni było dużo, to liczba drapieżników też wzrośnie i więcej gryzoni zostanie pożartych w danym sezonie. W tej sytuacji liczba gryzoni w następnym sezonie będzie dana równaniem:

$$L_{j+1} = g*L_j*(1 - L_j/N). \qquad (10.2)$$

Równanie to dla pewnych warunków np. g = 3.5, daje oscylacje, bo nadmierny apetyt drapieżników prowadzi do spadku populacji gryzoni. Z kolei mała liczebność gryzoni powoduje spadek zainteresowania nimi ze strony drapieżników, co prowadzi do wzrostu liczby gryzoni w kolejnym sezonie i cykl się zamyka. Okresowe wahania liczebności opisane powyższym równaniem zaobserwowano np. wśród lemingów.



Rys. 10.4 Model opisujący populację gryzoni.

Przy pewnych parametrach (np. g = 3.7) powyższe równanie daje zależność, która nie jest okresowa i prosta obserwacja nie pozwala przywidzieć kolejnego wyniku. Także w układach fizycznych nie każdy ruch drgający jest okresowy. Przykładem może być wahadło chaotyczne.

Wahadło chaotyczne

Przyrządy i materiały

- wieszak,
- listewka i sznurek,
- kilka (5-6) magnesów i plastelina.

Przebieg doświadczenia

Listewkę wieszamy na wieszaku, a do jej dolnego końca przyklejamy magnes. Pod wahadłem, w przypadkowych miejscach mocujemy kilka magnesów w taki sposób, aby działały odpychająco na magnes zamocowany do końca listewki.

Następnie odchylamy listewkę i puszczamy. Listewka opadając, co jakiś czas zderza się z polem kolejnych magnesów. Nie porusza się w sposób regularny, jak zwykłe wahadło, ale co chwila zmienia kierunek.

Sprawdzamy, czy da się uruchomić wahadło drugi raz dokładnie tak samo?

Okazuje się, że to jest niemożliwe. Wahadło początkowo porusza się podobnie, ale po kilku odbiciach wybiera inną drogę. Niewielka zmiana na starcie daje całkiem inny tor.

Ruch ten jest deterministyczny. Gdybyśmy znali warunki początkowe dokładnie, moglibyśmy przewidzieć tor. Jednak nawet drobna niedokładność w warunkach początkowych, doprowadza dość szybko do całkowitej zmiany toru.

Rys. 10.5 Model wahadła chaotycznego.

Taki ruch nazywamy chaotycznym ruchem deterministycznym. Podobne właściwości ma wiele układów fizycznych. Przykładem systemu wykazującego chaos deterministyczny jest atmosfera ziemska. Znając warunki w danym momencie możemy przewidzieć pogodę na kilka dni. Jednak nawet drobna niedokładność spowoduje, że po paru dniach prognoza już nie będzie się sprawdzać.

Z kolei przyrządem wykazującym dużą regularność jest wahadło. Wahadło wprawione w ruch porusza się ruchem okresowym ze stałą częstością, a także zachowuje płaszczyznę drgań. Jeżeli ruch wahadła trwa dość długo, to można zauważyć, ze pomieszczenie w którym jest wahadło obróci się zgodnie z ruchem obrotowym ziemi, a wahadło utrzyma swój kierunek. Efekt ten wykorzystał w 1851 roku Jean Foucault do pokazania ruchu obrotowego Ziemi. Na naszym wykładzie powtórzymy ten eksperyment.

10.3 Ruch harmoniczny

Kamerton jest urządzeniem mającym za zadanie wydawać dźwięk o określonej częstości. Służy do strojenia instrumentów.
Drgania kamertonu możemy obejrzeć na ekranie oscyloskopu, po podłączeniu mikrofonu.

Rys. 10.6 Sinusoida - obraz drgań kamertonu

Drgania te są niewątpliwie powtarzalne i okresowe. Ich wykres ma kształt sinusoidy. Ruch o takiej formie nazywamy drganiami harmonicznymi. Poniżej zajmiemy się pytaniami, jak powstaje ruch harmoniczny i jakie ma własności.

Prawo Hooka i energia sprężystości (!)

Już na pierwszym wykładzie, w doświadczeniu z wieszaniem ciężarków na sprężynie, sprawdziliśmy, że zależność siły, F, potrzebnej do odkształcenia ciała sprężystego opisana jest przez:

Prawo Hooke'a

Siła potrzebna do odkształcenia ciała sprężystego jest proporcjonalna do odkształcenia.

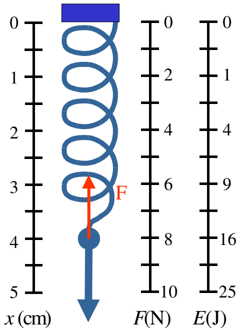
Co zapisujemy w postaci równania:

$$F = -kx, \tag{10.3}$$

k - współczynnik sprężystości, x - odkształcenie.

Praca potrzebna do odkształcenia sprężyny jest iloczynem odkształcenia x, (czyli drogi) i siły danej równaniem (10.2).
Tak więc praca jest proporcjonalna do kwadratu odkształcenia.
Należy pamiętać jednak, że na początku tego ruchu siła jest zerowa. W trakcie odkształcania siła rośnie, aż do wartości kx. Zatem średnia wartość siły jest dwa razy mniejsza.
Wykonana praca będzie dana wyrażeniem x*kx/2. Praca ta zamienia się w energię potencjalną sprężystości.
Energia sprężystości jest proporcjonalna do kwadratu odkształcenia:

$$E = \frac{k \cdot x^2}{2} \qquad (10.4)$$



Rys. 10.7 Siła i energia sprężyny.

Pamiętamy przy tym z poprzedniego wykładu, że obowiązuje zasada zachowania energii. Dzięki temu możemy wykorzystać wzór (10.3) na przykład do obliczenia energii kinetycznej kulki wyrzuconej przez naciągniętą sprężynę.

Drgania harmoniczne (!)

Ruch harmoniczny pojawia się wtedy, gdy układ drgający sprowadzany jest do równowagi przez siłę, która jest proporcjonalna do wychylenia.
Powyższa definicja oznacza, że w ruchu harmonicznym: $F = -\alpha x$.
Z II zasady Newtona (równanie (2.3)) wiemy, że przyspieszenie, a,

jest proporcjonalne do siły, czyli w ruchu harmonicznym: $a = -\alpha x/m$. Zapisujemy to w postaci równania oscylatora harmonicznego:

$$a = -\omega^2 x. \qquad (10.5)$$

W równaniu tym wprowadzony został współczynnik $\omega^2 = \alpha/m$.
Przyspieszenie jest prędkością zmian prędkości, albo inaczej drugą pochodną z przesunięcia x po czasie t. W zapisie różniczkowym równanie (10.4) ma postać:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x. \qquad (10.6)$$

Rozwiązaniami równania (10.4) lub (10.5) są funkcje sin(ωt) i cos(ωt).Współczynnik ω jest częstością oscylatora:

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \qquad (10.7)$$

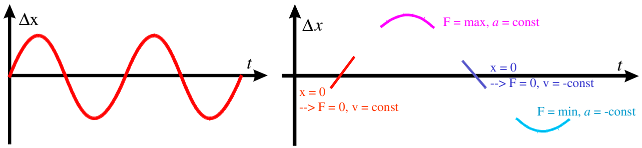
Na podstawie równań (10.6) i prawa Hooka możemy podać wzór na częstość wahadła sprężynowego o współczynniku sprężystości k, obciążonego masą m.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (10.8)$$

Jak widać, dla oscylatora sprężynowego częstość zależy od masy. Jeżeli na sprężynie powiesimy dwa razy większą masę, to częstość drgań spadnie $\sqrt{2}$ razy.

Wykres ruchu harmonicznego

Ruch harmoniczny zdefiniowaliśmy jako taki, w którym siła jest proporcjonalna do wychylenia (lecz przeciwnie skierowana). Jeżeli drgające ciało jest w pobliżu punktu równowagi, czyli jego wychylenie jest praktycznie zerowe, to siła jest bardzo mała i ciało porusza się praktycznie ze stałą prędkością.

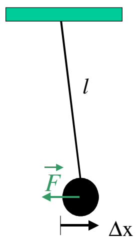


Rys. 10.8 Po lewej: sinusoida, po prawej: jak powstaje wykres ruchu harmonicznego.

Na wykresie 10.7 odnosi się to do odcinków prostych zaznaczonych na czerwono i granatowo. Z kolei, jeżeli drgające ciało jest w pobliżu punktu największego wychylenia, to możemy uznać, że przez chwilę siła działająca na to ciało jest stała. Porusza ono się wtedy ruchem jednostajnie przyspieszonym. Na wykresie 10.7 odnosi się to do parabolicznych odcinków zaznaczonych na różowo i niebiesko.

Sinusoida ma właśnie taką właściwość, że w pobliżu zera można ją przybliżyć prostą, a w pobliżu maksimum - parabolą. To tłumaczenie nie jest ścisłym wyprowadzeniem, ale pomaga zrozumieć, że wykres ruchu harmonicznego jest sinusoidą $x = A*\sin(\omega t)$.

Wahadło



Rys. 10.9 Wahadło

Na wykładzie mierzymy siłę potrzebną do odciągnięcia wahadła z położenia równowagi. Zarówno siłę, jak i wychylenie mierzymy w kierunku poziomym. Stwierdzamy, że siła działająca na wahadło jest proporcjonalna do jego wychylenia tak, jak w prawie Hooka (w przypadku sprężyny).

Współczynnik proporcjonalności wynosi:

$$k = {}^{-mg}/_{l} \qquad (10.9)$$

Wiemy już, że ruch pod wpływem siły proporcjonalnej do wychylenia prowadzi do drgań harmonicznych. A współczynnik proporcjonalności pozwala obliczyć częstość. Na podstawie równań (10.6) i (10.8) możemy podać wzór na częstość wahadła o długości *l*.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (= 2\pi f) \qquad (10.10)$$

Parametr g to przyspieszenie grawitacyjne. Zatem wykorzystując wahadło, przy pomocy wzoru (10.10) możemy wykonać pomiar przyspieszenia grawitacyjnego g. Wystarczy wyznaczyć długość wahadła (np. miarką) i zmierzyć jego częstość (np. zegarkiem). W ten sposób kiedyś wyznaczano wartość przyspieszenia grawitacyjnego.

Warto zauważyć, że częstość wahadła nie zależy od masy.

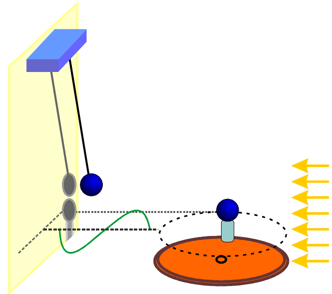
Wahadło i kula poruszająca się po okręgu (!)

Przyrządy i materiały

- silna lampa,
- gramofon (33 obr/min),
- piłka
- niewielka butelka służąca za podstawkę do piłki,
- wahadło z podobną piłką zawieszoną na nitce o długości *l* = 82 cm.

Przebieg doświadczenia

Butelkę stawiamy na talerzu gramofonu (w pobliżu brzegu), a na niej umieszczamy piłeczkę.



Rys. 10.10 Cień wahadła i kulki

Nad gramofonem ustawiamy wahadło. Wahadło powinno wisieć dokładnie nad osią obrotu. Ustawiamy lampę w taki sposób, aby otrzymać na ścianie wyraźny cień wahadła i piłeczki.

Odchylamy wahadło tak, aby znalazło się dokładnie nad piłeczką stojącą na gramofonie. Włączamy napęd gramofonu. Puszczamy wahadło dokładnie w momencie, gdy piłeczka krążąca na talerzu gramofonu przechodzi pod wahadłem.

Obserwujemy cienie piłeczki i wahadła. Widzimy, że cienie wahadła i piłki poruszają się równolegle.

Wniosek:

Ruch obrotowy i harmoniczny są podobne! Opisane tymi samymi zależnościami od czasu.

Możemy to wytłumaczyć, wiedząc, że wykres ruchu harmonicznego jest sinusoidą, natomiast kształt okręgu możemy opisać jako zbiór punktów (x, y) danych równaniami:

$$x = \cos(\omega t), \qquad (10.11A)$$

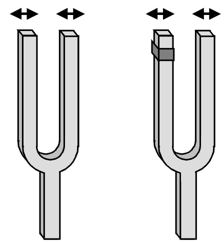
$$y = \sin(\omega t), \qquad (10.11B)$$

Tak więc odchylenie y(t) jest w obu ruchach takie samo.

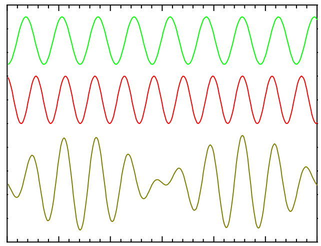
10.4 Składanie drgań

Zdudnienia

Jeśli dwa dźwięki pochodzą z blisko położonych źródeł, mają podobne częstości i amplitudy, to nie możemy odróżnić poszczególnych składowych, lecz słyszymy ich sumę. Suma takich dwóch dźwięków wykazuje ciekawą właściwość, a mianowicie zdudnienia.



Rys. 10.11A Odstrojone kamertony



Rys. 10.11B Suma dwóch sinusoid o nieco różnych częstościach.

Zdudnienia dwóch drgań harmonicznych o nieznacznie różnych częstościach możemy otrzymać, na przykład, przy pomocy dwóch kamertonów, z których jeden jest obciążony blaszką. Blaszka zmienia nieco częstość drgań kamertonu.

Odbierając sumę dźwięków o częstościach ω_1 i ω_2, słyszymy dźwięk o częstości średniej $(\omega_1 + \omega_2)/2$, którego natężenie jest zmodulowane z częstością $(\omega_1 - \omega_2)$.

Człowiek dobrze słyszy zdudnienia, jeśli różnica częstości wynosi kilka herców.

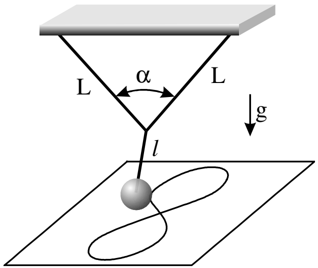
Składanie drgań prostopadłych

Wahadło do składania drgań

Przyrządy i materiały
- wieszak
- kulka,
- nitka.

Przebieg doświadczenia

Kulkę zawieszamy na rozdwojonej nitce tak, jak na rys. 10.11.



Rys. 10.11 Wahadło drgające z różnymi częstościami w prostopadłych kierunkach.

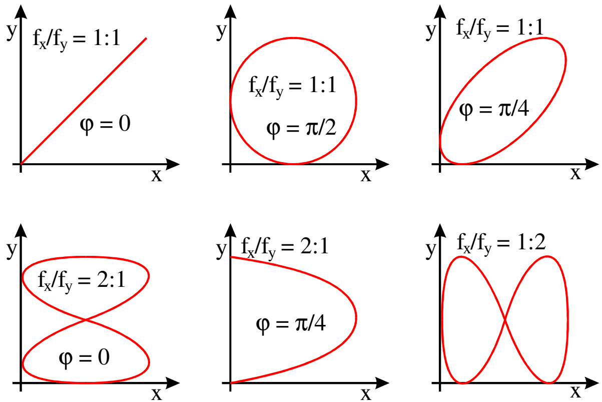
Wiemy, że częstość drgań wahadła zależy od długości nitki, na której ono wisi. Kulka zawieszona tak, jak na rys. 10.11, do wahań w kierunku poprzecznym wykorzystuje jedynie krótki kawałek pojedynczej nitki, podczas gdy w kierunku podłużnym drga cały układ. Zatem częstości drgań wzdłuż i w poprzek są różne.

Zgodnie ze wzorem (10.9) częstość wahadła zależy od pierwiastka z jego długości. Na przykład, jeżeli stosunek długości krótkiej nitki do całości zawieszenia jest jak 1:4, to stosunek częstości wyniesie 1:2.

Wtedy na każdy okres ruchu wzdłuż wydana dwa drganie w poprzek i kulka będzie zakreślać ósemki. Otrzymana w ten sposób krzywa jest przykładem figury Lissajous.

Figury Lissajous (!)

Figury Lissajous powstają na skutek złożenia drgań prostopadłych o częstościach będących w stosunku liczb wymiernych.

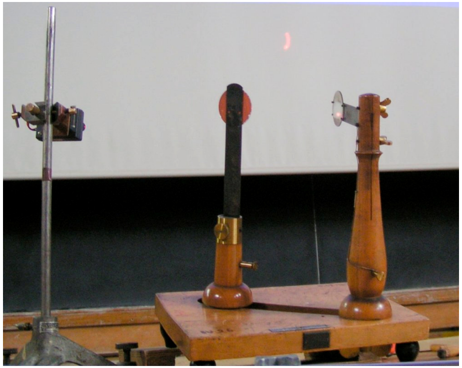


Rys. 10.12 Złożenie prostopadłych drgań o różnych częstościach.

Dla drgań o tej samej częstości otrzymujemy prostą, elipsę lub okrąg w zależności od przesunięcia fazowego φ.
- Linia prosta powstaje, gdy fazy obu drgań są zgodne.
- Fazy przesunięte o π/2, dla drgań o tej samej amplitudzie dają okrąg.

Jeśli stosunek częstości drgań wynosi 2:1 (lub 1:2) otrzymujemy figurę w kształcie ósemki lub podkowy, w zależności od przesunięcia fazowego.

Na podstawie kształtu figury Lissajous możemy określić stosunek częstości, które ja wygenerowały. Wystarczy policzyć: ile razy figura dotyka do osi X, a ile razy do Y i podzielić otrzymane liczby.

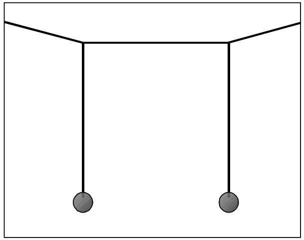


Rys. 10.13 Zwierciadła do prezentowania figur Lissajous.

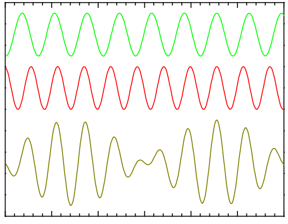
Na wykładzie figury Lissajous prezentowane były przy pomocy dwóch drgających zwierciadeł. Zwierciadła zamontowane były na paskach blachy drgających w kierunkach prostopadłych. Promień lasera odbijający się od zwierciadeł, kreślił na ekranie figury Lissajous.

10.5 Mody drgań i rezonans

Przelewanie się drgań między wahadłami.



Rys. 10.14A Wahadła sprzężone



Rys. 10.14B Drgania w modach własnych i przelewanie się drgań między modami.

Jeżeli wzbudzimy odosobnione wahadło, to będzie wykonywało równomierne drgania dopóty, dopóki nie rozproszy energii wskutek tarcia i oporu powietrza. Inaczej wygląda sprawa w przypadku dwóch identycznych wahadeł sprzężonych, czyli połączonych elastycznymi więzami. Jeżeli wzbudzimy jedno z wahadeł, to w krótkim czasie jego ruch wygaśnie, ale równocześnie wzbudzone zostanie drugie wahadło. Po upływie kolejnego odcinka czasu pierwsze wahadło ponownie zostanie wzbudzone przez ruch drugiego wahadła. Natomiast drugie wahadło wyhamuje. Możemy obserwować wielokrotne przelewanie energii między dwoma wahadłami.

Przekaz energii jest bardzo wydajny nawet między słabo sprzężonymi wahadłami (co możemy sprawdzić odchylając i przytrzymując jedno wahadło, a potem obserwując, na ile wychyliło się drugie).

Drgania dwóch wahadeł (!)

Przyrządy i materiały

- dwa wahadła na sztywnych prętach połączone sprężynką,

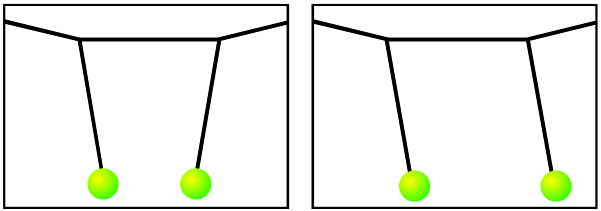
lub

- dwa wahadła zawieszone na wspólnej, rozciągniętej poziomo lince – jak na rys. 10.14A.
- czujnik ultradźwiękowy przekazujący położenia wahadeł na komputer.

Przebieg doświadczenia

Każde wahadło ma swoja dobrze określoną częstość drgań. Jeżeli wzbudzimy je, w zasadzie w dowolny sposób, będzie wykonywało równomierne drgania. Inaczej wygląda sprawa w przypadku dwóch (lub więcej) wahadeł sprzężonych. Takie wahadła, wzbudzone w przypadkowy sposób, wykonują nieregularne drgania. Obserwujemy głównie przelewanie się drgań między wahadłami (rys. 10.14B).

Jeżeli jednak wzbudzimy wahadła w określony sposób, zwany modem własnym, to będą one drgały w sposób regularny z jedną, dobrze określoną częstością. Kształt takich drgań, śledzony czujnikiem położenia, ma postać sinusoidy.



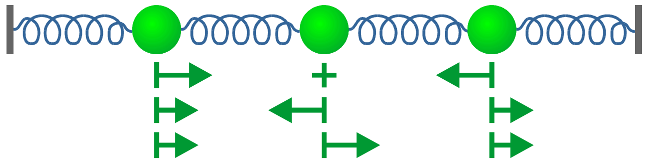
Rys. 10.15 Mody drgań dwóch wahadeł sprzężonych - jedna częstość, oba wahadła drgają w zgodnej fazie.

Układ dwóch wahadeł ma dwa mody własne, przedstawione na rysunku 10.15:
- antyrównoległy (po lewej)
- równoległy (po prawej).

Mody te mają różne częstości. Jeżeli wprawimy układ w drgania zachowując kształt modu, wahadła będą drgały z częstością wybranego modu. Jeżeli układ wprawimy w ruch w sposób przypadkowy, to w drganiach obecne będą obie częstości i ruch będzie mało regularny.

Mody drgań 3 kulek

W trakcie wykładu badamy mody drgań układu 3 kulek o masach, *m*, połączonych sprężynami o stałych sprężystości k, jak na rysunku 10.15



Rys. 10.16 Mody drgań układu 3 kulek na sprężynach

Mody te opisać możemy tak, jak wektory, to znaczy podając położenia 3 kulek jako 3 współrzędne $\vec{d}$ = (a, b, c). Dla takiego układu współrzędnych możemy zapisać równanie oscylatora harmonicznego podobne, jak równanie (10.5) dla wahadła, ale uwzględniając wszystkie trzy współrzędne. Rozwiązując to równanie otrzymujemy 3 mody własne i trzy częstości. Znalezione mody i ich częstości możemy zapisać:

$d_1 = (1,\ 0,\ -1)/\sqrt{2}, \qquad \omega^2 = 2\,k/m$

$d_2 = (1,\ -\sqrt{2},\ 1)/2, \qquad \omega^2 = (2+\sqrt{2})k/m$

$d_2 = (1,\ \sqrt{2},\ 1)/2, \qquad \omega^2 = (2-\sqrt{2})k/m$

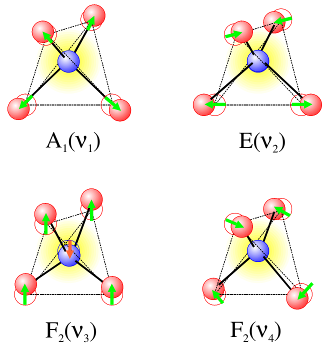
Mody te zaznaczone zostały na rys. 10.16 strzałkami. W trakcie wykładu pokazaliśmy eksperyment, w którym kulki drgały zgodnie z tymi modami i obliczonymi częstościami.

Mody własne drgań (!)

Mod własny (mod normalny) to takie wzbudzenie oscylatora, które ma jedną, dobrze określoną częstość i stałą formę drgań (wszystkie elementy układu drgają w ustalonych fazach względnych). Częstość drgań modu własnego nazywamy częstością własną oscylatora.
Elementy oscylatora wykonują przy tym drgania harmoniczne.

Okazuje się, że dowolne drgania układu wahadeł możemy przedstawić jako sumę modów normalnych. Układ mający wiele modów drgań, może drgać równomiernie w kilku modach drgań. Drgania te nie będą jednak prostymi drganiami harmonicznymi. W szczególności istnieją oscylatory (głównie akustyczne) mające mody będące wielokrotnościami modu podstawowego, gdzie często wzbudza się kilka modów równocześnie.

Mody własne są podstawą analizy drgań złożonych układów. Wahadło drga w jednej płaszczyźnie i ma jeden mod. Para takich wahadeł ma dwa mody. Układ dwóch wahadeł, z których każde może drgać w dwóch niezależnych kierunkach (X i Y) ma 4 mody normalne. Co sprawdzamy doświadczalnie na wykładzie.
Układ wahadeł drgających w kierunkach X i Y jest układem dwuwymiarowy (w przeciwieństwie do rozważanych poprzednio wahadeł i kulek). W przyrodzie spotykamy często układy trójwymiarowe, a mianowicie cząsteczki chemiczne.



Rys. 10.17 Mody drgań cząsteczki o symetrii czworościennej

Atomy w cząsteczkach mogą w zasadzie drgać w trzech prostopadłych kierunkach. Jednak para atomów nie ma 6 modów. Jeśli oba atomy wykonują ruch równoległy, to przesuwają się, a nie drgają. W ten sposób odrzucone zostają 3 mody. Cząsteczka złożona z *n* atomów ma 3(*n*-2) modów.
Cząsteczka czworościenna (rys. 10.17) ma 9 modów. Mod o najwyższej symetrii oznaczamy jako A_1. Istnieje tylko jeden taki mod. Ponadto istnieją dwa mody o symetrii oznaczanej jako E i 6 modów F_2.

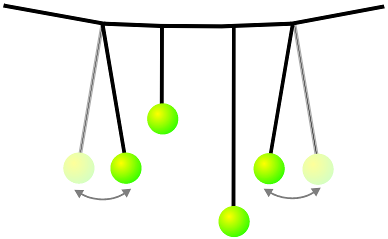
Rezonans

Rezonans wahadeł (!)

Przyrządy i materiały
- wieszak,
- nitka,
- kilka kulek.

Przebieg doświadczenia

Na wieszaku rozpinamy najpierw poziomą nić (lub cienka linkę). Na lince tej wieszamy wahadła wykonane z kulek zawieszonych na niciach o różnej długości. Staramy się, aby dwie nici były tej samej długości, a pozostałe dłuższe lub krótsze. Wahadła o tej samej długości wieszamy z dala od siebie.



Rys. 10.18 Rezonans wahadeł. Pierwsze wahadło będąc w rezonansie z ostatnim pobudza je do drgań.

Wzbudzamy drgania w jednym z pary wahadeł mających tę samą długość. Obserwujemy, że po pewnym czasie drugie wahadło z pary przejmuje drgania pierwszego. Tymczasem wahadła, mające inne częstości nie wzbudzają się, nawet pomimo tego, że są zawieszone między wahadłami wymieniającymi energię.

Rezonansem nazywamy zjawisko szybkiego wzrostu amplitudy drgań (przepływu energii) na skutek pobudzania z częstością zbliżoną do częstości drgań własnych oscylatora.
W rezonansie przepływ energii może zachodzić nawet między oddalonymi od siebie oscylatorami. Co wykorzystujemy np. przy przesyłaniu sygnałów droga radiową.

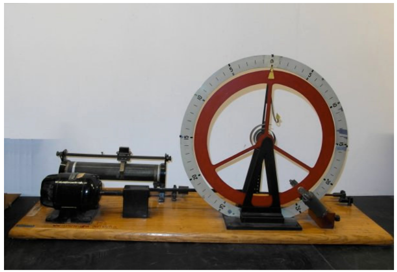
Rezonatory

Rezonator to układ, w którym zachodzą drgania rezonansowe.

Rezonator umożliwia uzyskanie drgań o dużej amplitudzie nawet przy słabym pobudzaniu.

Wahadło – pojedynczy rezonator - posiada jedną częstość rezonansową.
Częstości rezonansowe odpowiadają częstościom własnym układu. Zatem dwa wahadła sprzężone mają dwie częstości rezonansowe, a 3 kulki na sprężynkach 3 częstości. Układy w przestrzeni trójwymiarowej mogą mieć więcej stopni swobody, a więc więcej modów i częstości rezonansowych. Na przykład cząsteczka złożona z *n* atomów może mieć 3(*n*-2) częstości. Niektóre częstości mogą mieć tą samą wartość, to znaczy być ze sobą zdegenerowane. Obserwujemy wtedy mniej częstości, natomiast rezonanse są silniejsze.

Wahadło z wymuszaniem



Rys. 10.19 Wahadło obrotowe z wymuszaniem (wahadło Pohla)

Zachowanie rezonatora w zależności od częstości pobudzania (wymuszania) drgań obserwowaliśmy na wykładzie przy pomocy wahadła Pohla. Przyrząd ten jest wahadłem obrotowym, którego tarcza przymocowana jest do sprężyny nawiniętej na oś. Koniec sprężyny może być poruszany z niewielką amplituda przez silnik o regulowanej prędkości obrotowej.

Gdy wahadło pobudzane było z częstością znacząco mniejszą lub większą od częstości rezonansowej wykonywało jedynie niewielkie ruchy śledzące położenie popychacza poruszanego przez silnik. W momencie, gdy dostroiliśmy dokładnie silnik do częstości własnej wahadła, amplituda drgań silnie wzrosła, aż wahadło zaczęło odbijać się od ograniczników ruchu.

10.6 Podsumowanie

Podstawowe parametry ruchu okresowego:
- **amplituda,** A, - wychylenie względem wartości średniej,
- **okres**, T, - czas jednego pełnego drgania,
- **częstość**, *f*, - liczba drgań na jednostkę czasu.

Prawo Hooke'a:
Siła potrzebna do odkształcenia ciała sprężystego jest proporcjonalna do odkształcenia.

Ruch harmoniczny pojawia się wtedy, gdy układ drgający sprowadzany jest do równowagi przez siłę proporcjonalną do wychylenia. Opisany jest funkcją sinus.

Ruch harmoniczny przypomina ruch po okręgu oglądany z boku.

Zdudnienia powstają, gdy nakładają się na siebie drgania o podobnej (najlepiej takiej samej) amplitudzie i podobnych, ale nieco różnych częstościach.

Mod własny (mod normalny) to takie wzbudzenie oscylatora, które ma jedną, dobrze określoną częstość i stałą formę drgań.

Rezonansem nazywamy zjawisko szybkiego wzrostu amplitudy drgań (przepływu energii) na skutek pobudzania z częstością zbliżoną do częstości drgań własnych oscylatora.