

Materiały do wykładu

## Fizyka w doświadczeniach



Krzysztof Korona



Uniwersytet Warszawski  
Wydział Fizyki

2010-23

Materiały do celów dydaktycznych przeznaczone dla studentów Uniwersytetu Warszawskiego,  
Wykorzystanie ich w innych celach jest możliwe pod warunkiem uzyskania zgody autora.

## 11. Rezonatory i fale

### 11.1 Wstęp

Fale w pierwszym rzędzie kojarzą nam się z falami na wodzie, a ci którzy pamiętają, co to jest dźwięk, wiedzą że muzyka to też fale. Falową naturę ma jednak także światło, a po odkryciach związanych z mechaniką kwantową wiemy, że falami są również elektrony i inne cząstki.

Już starożytni wiedzieli, że wszystko się zmienia, mówili, że wszystko płynie. Dziś stosowniej byłoby powiedzieć, że wszystko faluje.

Wykład ten poświęcony jest zarówno falom w muzyce, jak i w mechanice kwantowej. Wspomniane jest też, że łączące fizykę i muzykę, pojęcie harmonii wywodzi się jeszcze z czasów starożytnych. Zostało wprowadzone przez Pitagorasa.

### Plan wykładu

1. Wstęp
2. Rezonatory akustyczne
3. Analiza drgań
4. Fale
5. Rezonatory wielowymiarowe
6. Drgania elektronów w atomach
7. Oddziaływanie elektronów ze światłem
8. Podsumowanie



## 11.2 Rezonatory akustyczne

### Mody drgań w strunie (!)

#### Przyrządy i materiały

- gumka,
- głośnik z przyklejonym zaczepem,
- generator.

#### Przebieg doświadczenia

Gumkę mocujemy jednym końcem do stojaka, a drugim do zaczepu na głośniku. Głośnik podłączamy do generatora. Obserwujemy ruch gumki, zmieniając powoli częstość sygnału z generatora.

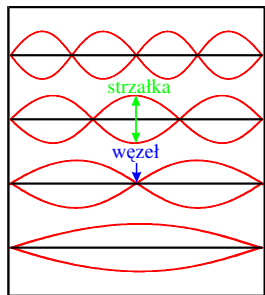
Dla przypadkowych częstości gumka tylko lekko drży, ale przy pewnych częstościach na gumce wzbudzą się wyraźne drgania.

Częstości te są częstościami własnymi gumki.

Kolejne mody drgań gumki (struny) mają częstości będące iloczynami częstości podstawowej  $f_0$  i kolejnych liczb naturalnych:  $2f_0$ ,  $3f_0$ ,  $4f_0$  itd.

Na strunie można wyróżnić miejsca, które drgają najsilniej (strzałki) i miejsca, które nie wychylają się z położenia równowagi (węzły). Kolejne mody mają  $n$  strzałek i  $n-1$  węzłów.

Liczba modów własnych gumki jest w zasadzie nieskończona.



Rys. 11.1 Mody drgań struny

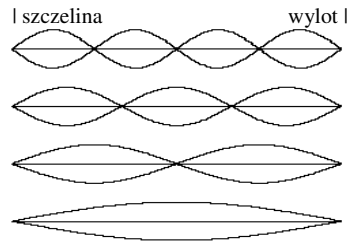
### Flet prosty jako rezonator

Fujarkę pewnie każdy kiedyś zrobił, ale zrobić pięknie grający instrument to sztuka. Gdy analizowaliśmy na wykładzie częstości drgań dla dźwięku c wydawanego przez flet okazało się, że składał się on z częstości podstawowej 528 Hz oraz słabszych drgań o częstościach 1056 Hz, 1584 Hz, 2112 Hz i 2640 Hz.

Jak łatwo zauważyć, kolejne mody drgań fletu miały częstości będące iloczynami częstości podstawowej i kolejnych liczb naturalnych ( $1056 = 2 \cdot 528$ ,  $1584 = 3 \cdot 528$  itd). Można to zapisać przy pomocy równania:

$$f_n = f_1 \cdot n, \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (11.1)$$

Gdy grający na flecie muzyk dmie w ustnik, część powietrza opuszcza instrument przez szczelinę wytwarzając drgania. Drgania te wzmacniane są w komorze rezonansowej mającej kształt prostej rury otwartej na końcu. Ponieważ z obu końców flet jest otwarty i powietrze będzie miało ciśnienie atmosferyczne, dlatego można przyjąć, że na obu końcach będą węzły ciśnienia. W takim wypadku kolejne mody drgań będą miały kształty jak na rysunku 11.2.



Rys. 11.2 Rozkład ciśnienia powietrza dla kolejnych modów drgań fletu

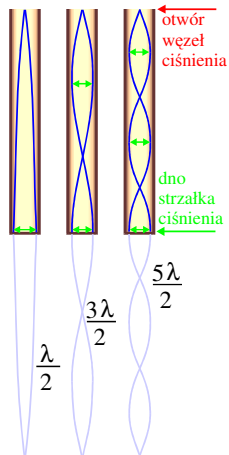
W oczywisty sposób wysokość dźwięków wydawanych przez flet zależy od jego długości. Na przykład: flet sopranowy – 280 mm - zakres dźwięków  $c^1$  do  $d^3$ , a flet altowy – 420 mm - zakres dźwięków  $f$  do  $g^2$ .

### Fletnia Pana

Drugim badanym na wykładzie instrumentem jest fletnia Pana. Fletnia składa się z drewnianych piszczałek, mających postać rurek zamkniętych z jednej strony. Dźwięki wydobywa się, dmuchając w otwarte końce piszczałek.



Rys. 11.3 Fletnia Pana



Rys. 11.4 Mody drgań fletni

Gdy analizowaliśmy na wykładzie częstotliwości drgań dla dźwięku e wydawanego przez fletnię, okazało się, że składał się on z częstotliwości podstawowej 660 Hz oraz słabszych drgań o częstotliwościach 1980 Hz i

3300 Hz, a więc stosunek częstotliwości wynosił jak 1:3:5, a więc kolejne liczby nieparzyste.

Zatem obserwujemy tylko nieparzyste harmoniczne.

$$f_n = f_1 * (2n-1), \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (11.2)$$

W akustyce używane jest pojęcie tonu, czyli dźwięku prostego (harmonicznego – czyli sinusoidalnego) o jednej częstotliwości.

Tony używane w muzyce zapisujemy w postaci nut.

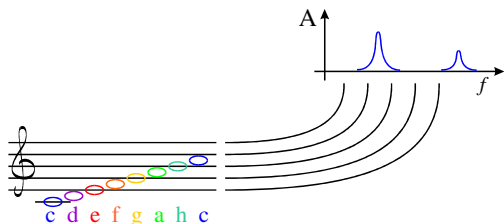
Tabela 11.1 Skala muzyczna: tony wyrażone poprzez częstotliwości (oktawa razkreślona)

nazwa dźwięku	$f$ [Hz]	$f/f_0$	nazwa interwału
$c^1$	264	1	prima (tonika)
$d^1$	297	9/8	sekunda w.
$e^1$	330	5/4	tercja wielka
$f^1$	352	4/3	kwarta
$g^1$	396	3/2	kwinta
$a^1$	440	5/3	seksta
$h^1$	495	15/8	septyma w.
$c^2$	528	2	oktawa

### Widmo częstotliwości (!)

Poszczególne dźwięki składają się z tonu podstawowego oraz tonów o wyższych częstotliwościach lub pewnych pasm częstotliwości. Te dodatkowe częstotliwości decydują o barwie dźwięku.

**Widmo** częstotliwości drgań lub fal to zależność (wykres lub tabela) amplitudy lub natężenia drgań od częstotliwości. Można też przedstawić widmo drgań w funkcji długości fali, energii, liczby falowej itp.



Rys. 11.5 Zapis dźwięku przy pomocy nut i widma drgań.

Gdy zapisujemy utwór muzyczny w postaci nut, to także przedstawiamy coś w rodzaju widma, bowiem położenie nut na pięciolinii odpowiada częstościom granych dźwięków.

### Widmo częstości na oscyloskopie komputerowym

#### Przyrządy i materiały

- komputer z kartą muzyczną,
- mikrofon komputerowy,
- program emulujący oscyloskop z analizą furierowską (FFT). Na przykład Oscilloscope 2.51

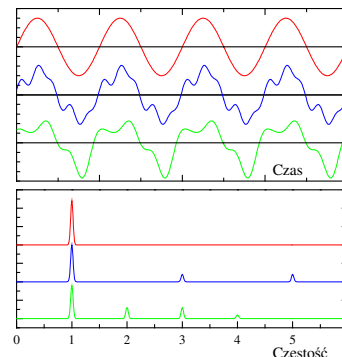
#### Przebieg doświadczenia

Komputer wyposażony w kartę muzyczną możemy użyć w roli oscyloskopu. Wystarczy zainstalować na nim odpowiedni program emulujący oscyloskop.

Oscyloskop potrafi przedstawić przebieg sygnału w funkcji czasu, jak również przedstawić widmo drgań. Ciekawe obrazy uzyskuje się analizując widma instrumentów muzycznych, a także wypowiedzanych (lub wyśpiewywanych) samogłosek. Można zauważyć, że głoska 'i' jest

w zasadzie czystym dźwiękiem o przebiegu sinusoidalnym. Pozostałe głoski składają się z wielu częstości (najwięcej ma chyba 'a'), przy czym częstość podstawowa czasem jest bardzo słaba np. dla 'y'.

Przykłady widm można obejrzeć na rysunku 11.6. Czerwony wykres przedstawia czysty dźwięk (głoska 'i', generator, kamerton). Niebieski zawiera tylko nieparzyste składowe harmoniczne (jak dla fletni Pana). Zielony zawiera wszystkie wielokrotności częstości podstawowej (takie widmo ma silnie wzbudzony flet)

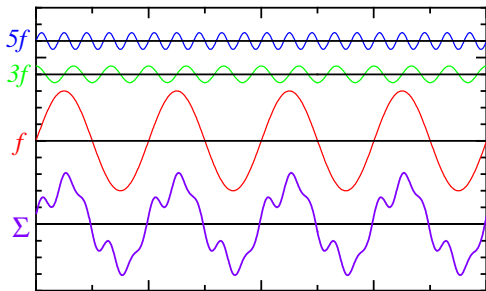


Rys. 11.6 Przebiegi sygnałów (u góry) i ich widma (na dole)

### 11.3 Analiza drgań

#### Rozkładanie drgań na składowe harmoniczne

Można wykazać w sposób ścisły, że każde drganie okresowe można przedstawić jako sumę drgań harmoniczných (wyrażonych funkcjami sinus i cosinus).



Rys. 11.7 Składowe harmoniczne i ich suma

Przykład przedstawiony jest na rysunku 11.7. Dolny wykres jest sumą trzech dźwięków o częstościach  $f$ ,  $3f$  i  $5f$ , (przedstawionych w górnej części rysunku).

Rozkładu drgań na składowe harmoniczne można dokonać przy pomocy operacji matematycznej zwanej transformata Fouriera. Transformata zamienia przebiegi drgań na ich widmo.

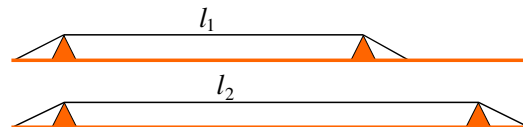
Transformata Fouriera wykorzystywana jest do zmniejszenia objętości (kompresji) zapisu muzyki i dźwięku. Na przykład, często stosowany zapis JPEG polega na zamianie obrazu na składowe fourierowskie. Powoduje to kilkakrotne zmniejszenie zajmowanej pamięci. Przy dalszej kompresji wyrzucane są najmniej znaczące składowe.

### Harmonia dźwięków

Pojęcie harmonii jest jedną z najstarszych ścisłych koncepcji. Grecki uczony Pitagoras znany jest z twierdzenia o sumie kwadratów boków trójkąta. Innym jego odkryciem jest pojęcie harmonii w muzyce. Słowo harmonia pochodzi od greckiego 'spojenie', w polskim oznacza współbrzmienie, zgodność.

Pitagoras stwierdził, że:

Harmonia dźwięków zależy od proporcji długości strun. Dźwięki pochodzące ze strun, których stosunek długości dany jest przez małe liczby całkowite odbieramy jako współbrzmiające (konsonans). Źle dobrane dźwięki odbieramy jako dysonans.



Rys. 11.8 Dwie struny

Tabela 11.2 Długości struny w gitarze dla poszczególnych progów

próg	długość w mm	stosunek $l/l_0$	stosunek n:m	interwał
0	652	1.000	1:1 = 1.000	pryma
12	326	0.500	1:2 = 0.500	oktawa
7	436	0.668	2:3 = 0.667	kwinta
5	488	0.748	3:4 = 0.750	kwarta
4	517	0.793	4:5 = 0.800	tercja w.
1	615	0.943	17:18 = 0.944	sekunda m.

## Ultradźwięki i infradźwięki

Zakres czułości ucha ludzkiego wynosi od 20 Hz do 20 kHz.

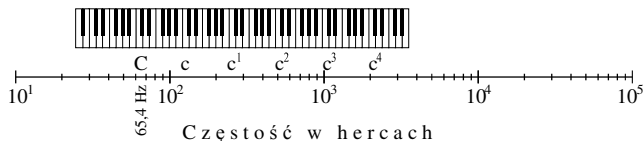
Dźwięki o częstotliwości poniżej 20 Hz nazywamy infradźwiękami, a powyżej 20 kHz – ultradźwiękami.

**Infradźwięki:**  $f < 20$  Hz, Wytwarzane są przez rezonatory o dużych rozmiarach: trzęsienia ziemi, fale oceaniczne, wieloryby. Infradźwięków nie słyszymy, ale możemy odczuwać je całym ciałem jako wibracje.

**Ultradźwięki:**  $f > 20$  kHz, Ponieważ fale ultradźwiękowe są krótkie,  $\lambda < 17$  mm, ultradźwięki używane są do echolokacji przez nietoperze i przez ludzi w echosondach. Przy pomocy ultradźwięków wykonujemy też badania USG wykorzystując fakt rozchodzenie się ultradźwięków z różnymi prędkościami w różnych organach ciała..

## Funkcja i skala logarytmiczna

Gdy mówimy o skali muzycznej, to podajemy, ile razy jedna częstota jest większa od drugiej, a nie o ile herców. Posługujemy się na przykład pojęciem oktawy. Oktawa to interwał prosty zawarty między ośmioma kolejnymi stopniami skali muzycznej.



Rys. 11.9 Zakres częstotliwości dźwięków wyrażony w hercach zapisany w skali logarytmicznej. Znaczone są dźwięki c z kolejnych oktaw.

Częstota najwyższego tonu oktawy jest dwukrotnie większa od częstotliwości najniższego tonu, dla kolejnej oktawy znowu jest dwukrotnie większa. Odległość wyrażona w poprzek różnicę częstotliwości jest więc zmienna. Lepiej jest podawać stosunki częstotliwości.

Aby zamienić wielkości, które zwiększają się ileś razy, na wielkości równoodległe, albo aby zamienić mnożenie na dodawanie stosujemy funkcję logarytmiczną.

Funkcja logarymiczna dziesiętna przyjmuje wartości całkowite dla kolejnych potęg 10:

$$\log(1) = 0, \log(10) = 1, \log(100) = 2, \log(1000) = 3, \dots$$

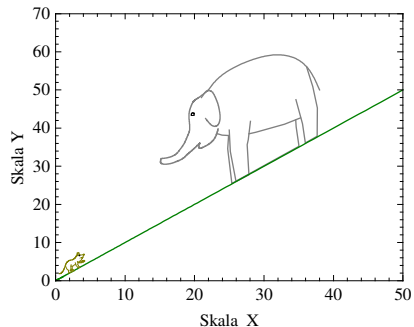
Dla innych liczb przyjmuje wartości ułamkowe, na przykład:

$$\log(2) \approx 0,3, \log(20) \approx 1,3, \log(3) \approx 0,5, \log(5) \approx 0,7, \dots$$

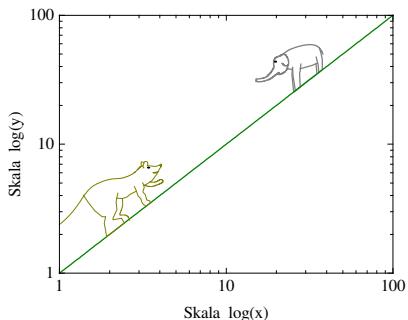
Skali logarytmicznej używamy, gdy dana wielkość fizyczna zmienia się wiele razy, o wiele rzędów wielkości (pojęcie "rzęd wielkości" oznacza zakres liczb zmieniających się do 10 razy).

Przykłady użycia skali logarytmicznej:

- Częstota - skala muzyczna.
- Natężenie - skala w belach [B] poziomu dźwięku,  $S = \log(I/I_0)$ .
- Stężenie - skala  $\text{pH} = \log([H]/[H]_0)$ .



Rys. 11.10A Mysz i słoń narysowane w skali liniowej



Rys. 11.10B Mysz i słoń narysowane w skali logarytmicznej

Jak widać na rysunku 11.10, skala logarytmiczna uwypukla niższe zakresy w stosunku do wyższych.

## Natężenie dźwięku

Natężenie dźwięku w zasadzie powinniśmy mierzyć w watach, ale często posługujemy się poziomem natężenia dźwięku mierzonym w belach [B] lub decybelach [dB]. Powodem tego jest sposób w jaki dźwięk jest odczuwany przez nasze uszy. Jeżeli w parku słuchamy śpiewu ptaka i przyłączy się do niego drugi ptak, to odczucie wzrostu głośności jest takie, jak gdy do hałasu wydawanego przez jeden samochód przyłączy się drugi. W obydwu przypadkach dostrzeżemy, że nastąpił dwukrotny wzrost natężenia. Zatem natężenie dźwięku odczuwamy w skali logarytmicznej.

Poziom natężenia dźwięku obliczamy jako logarytm natężenia  $I$  w stosunku do natężenia odniesienia  $I_0$ :

$$S[\text{dB}] = 10 \log(I/I_0), \quad (11.3)$$

Natężenie jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy, jeśli zatem obliczamy poziom dźwięku na podstawie amplitudy musimy wzór (11.3) pomnożyć dodatkowo przez 2.

$$S[\text{dB}] = 20 \log(p/p_0) \quad \text{lub} \quad S[\text{dB}] = 20 \log(U/U_0) \quad (11.4)$$

Przykłady poziomów głośności podane są w tabeli 11.3.

Natężenie dźwięku spada proporcjonalnie do kwadratu odległości.

## Zakres słyszalności (!)

Jakie najcichsze dźwięki może usłyszeć ludzkie ucho?

Przyjmuje się, że granicą słyszalności jest natężenie  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ , co odpowiada ciśnieniu:  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ .

Przy zbyt dużym ciśnieniu (i natężeniu) ucho może ulec uszkodzeniu. Przyjmuje się, że granicą wytrzymałości uszy jest 130 dB, czyli  $I = 10 \text{ W/m}^2$ ,  $p = 60 \text{ Pa}$ .

W zasadzie zakres czułości ucha ludzkiego wynosi od 20 Hz do 20 kHz i od 0 do 130 dB. Należy jednak pamiętać, że czułość zależy od częstotliwości. Zakres największej czułości ucha to 1000 - 3000 Hz.

Tabela 11.3 Przykłady źródeł dźwięków o różnym poziomie natężenia.

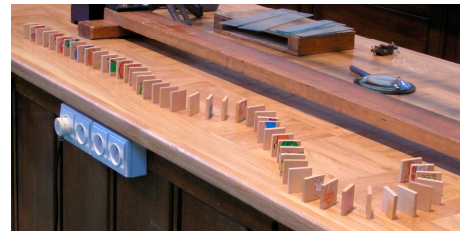
0 dB	- granica słyszalności
20 dB	- szept, cichy ogród
40 dB	- darcie papieru
60 dB	- cichy odkurzacz
80 dB	- klakson, pobocze ruchliwej drogi
100 dB	- silnik spalinowy bez tłumika
120 dB	- młot pneumatyczny
130 dB	- granica bólu
140 dB	- silnik odrzutowy z odl. 50 m
160 dB	- pistolet, wybuch petardy
190 dB	- prom kosmiczny

Wartości podane w tabeli 11.3 dotyczą poziomu natężenia w pewnej standardowej odległości. Należy je traktować jako przybliżone.

## 11.4 Fale

Fala jest zaburzeniem rozchodzącym się w przestrzeni.

Fala rozchodzi się niezależnie od ruchu tworzących ją ciał. Przykładem może być tu szereg ułożony z kostek domina.



Rys. 11.11 Fala może przejść po krzywej ułożonej z kostek domina.

Przewracając pierwszą z kostek domina powodujemy przejście fali, jednak każda z kostek praktycznie pozostaje w miejscu. Podobnie elementy drgającej struny poruszają się na boki, a nie w kierunku rozchodzenia się fali.

Fala rozchodząca się na strunie jest falą jednowymiarową. Analiza takiej fali jest prosta. Ma ona określony kierunek i amplitudę. Rozważając obiekty wielowymiarowe, choćby falę na powierzchni wody zauważamy, że sytuacja staje się bardziej złożona. Fala może być wzbudzona w punkcie i rozbiec się we wszystkich kierunkach, a także może być skupiona do punktu, zyskując na amplitudzie.

### Równanie falowe

W przypadku drgań pojedynczego ciała można zapisać równanie



oscylatora harmonicznego w postaci wzoru (10.4) lub w formie różniczkowej (10.5). Rozwiązując równanie oscylatora można wyznaczyć zależność wychylenia od czasu  $y(t)$ . Przy pomocy podobnego równania możemy opisać także fale. Potrzebujemy w nim porównać dwie wielkości:

1) Przyspieszenie mówiące o prędkości zmian prędkości.

Matematycznie jest to druga pochodna wychylenia  $y$  po czasie  $t$ .

oraz

2) Zakrzywienie mówiące jak gwałtownie w funkcji położenia  $x$  zmienia się pochylenie linii opisującej wychylenie  $y$  w funkcji położenia  $x$ . Ta skomplikowana w opisie wielkość, matematycznie zapisywana jest jako druga pochodna wychylenia  $y$  po położeniu  $x$ .

W efekcie otrzymujemy równanie:

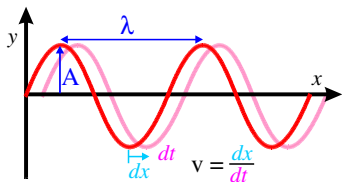
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (11.5)$$

Współczynnik  $v$  jest prędkością fali.

Rozwiązaniem tego równania są funkcje sinus lub cosinus. Na przykład:

$$y(x, t) = A \sin(k(x - vt)) \quad (11.6A)$$

gdzie  $k$  to liczba falowa, czyli liczba fal na drodze  $2\pi$  metrów.



Rys. 11.12 Wielkości opisujące fale

Przedstawiona równaniem (11.6A) funkcja falowa ma trzy parametry:

- A - amplitudę fali,
- k - liczbę falową,
- v - prędkość fali.

Do opisu fal używa się też innych wielkości fizycznych, jak częstość kołowa  $\omega$ , częstość  $f = \omega/2\pi$ , okres drgań  $T = 1/f$  oraz długość fali  $\lambda$ . Długość fali to odległość między kolejnymi punktami o tej samej fazie (np. maksimami).

Jeśli z jakichś przyczyn wygodniej nam posługiwać się częstością niż wektorem falowym, wzór 11.6A możemy zapisać w postaci:

$$y(x, t) = A \sin(\omega(x/v - t)) \quad (11.6B)$$

### Prędkość i długość fali (!)

Prędkość fali wiąże się z jej długością  $\lambda$  i z okresem drgań  $T$ :

$$v = \lambda/T. \quad (11.7)$$

Okres fali to czas potrzebny do przebycia jej długości. Możemy go obliczyć dzieląc drogę  $\lambda$  przez prędkość:  $T = \lambda/v$ .

Ponieważ częstość fal jest odwrotnością okresu, otrzymujemy:

$$f = v/\lambda. \quad (11.8)$$

Podobnie jak częstość oscylatora zależy od stałej siłowej i masy oscylatora, tak samo prędkość fali zależy od stałej siłowej i masy przypadającej na jednostkę długości,  $\rho$ .

Prędkość fali na strunie:

$$v = \sqrt{\frac{F_0}{\rho}} \quad (11.9)$$

gdzie  $F_0$  to siła naciągu struny.

Prędkość dźwięku w gazie zależy od gęstości gazu  $\rho$  oraz od jego ciśnienia:

$$v = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \sqrt{\frac{c_p}{c_v}} \quad (11.10)$$

Występujący w tym wzorze czynnik  $c_p/c_v$  jest bliski 1.

### Prędkość dźwięku w helu (!)

Częstość fali w rezonatorze zmienialiśmy poprzednio zmieniając długość rezonatora (i długość fali). Jednak ze wzoru (11.8) wynika, że zwiększając prędkość fali w rezonatorze o ustalonej długości, zwiększamy częstość. Prędkość dźwięku możemy zmienić, na przykład, używając helu zamiast powietrza.

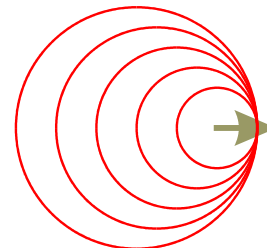
### Przebieg doświadczenia

Wciągamy hel do płuc i mówimy.

Hel jest siedem razy lżejszy od powietrza, zatem zgodnie ze wzorem (11.10) otrzymujemy 2,64 razy większą prędkość. Gdy aparat głosowy wypełniony jest helem, to długość fali pozostaje niezmienną (zależy od rozmiarów naszej krtani) natomiast większa prędkość dźwięku powoduje wzrost częstości. Zatem mając płuca i krtani wypełnione helem mówimy cienkim głosem.

### Przekraczanie prędkości dźwięku

Prędkość dźwięku w powietrzu (w temperaturze pokojowej) wynosi:  
 $v = 344 \text{ m/s} \approx 1200 \text{ km/h}$ .



Rys. 11.13 Ciało poruszające się z prędkością równą prędkości fali w ośrodku, wytwarza falę uderzeniową.

Jeżeli jakiś obiekt porusza się z prędkością dźwięku, to wzbudzone przez niego fale nie mogą uciec od źródła (rys. 11.13). Zatem ich amplituda silnie rośnie przed dziobem poruszającego się obiektu. Taką falę o bardzo dużym ciśnieniu nazywamy falą uderzeniową.

### Fale biegnące i stojące

Fala opisana równaniem (11.6) porusza się w kierunku rosnących wartości  $x$ . Jeżeli wewnątrz wzoru (11.6) zamienimy minus na plus, to otrzymamy falę poruszającą się w przeciwnym kierunku. Mając dwie fale  $\sin(k(x-vt))$  i  $\sin(k(x+vt))$ , możemy ich równania zsumować, wykorzystując przy tym wzór trygonometrii, mówiący że:

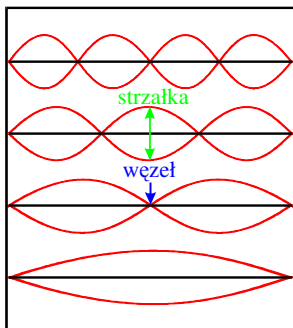
$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin((\alpha+\beta)/2)\cos((\alpha-\beta)/2), \text{ czyli otrzymamy:}$$

$$\sin(k(x-vt)) + \sin(k(x+vt)) = 2\sin(kx)\cos(kvt) \quad (11.11)$$

Wyprowadziliśmy zatem wzór na falę, której kształt jest niezależny od czasu,  $y = \sin kx$ , czyli falę, która drga w miejscu, ale nie porusza się. Takie zabawy matematyczne odpowiadają rzeczywistym zjawiskom.

Obserwacja fal na węźle gumowym (przeprowadzona na wykładzie) pokazuje, że suma dwóch fal biegnących w przeciwnych kierunkach

daje falę stojącą.



Rys. 11.14 Fale stojące na gumie

Falę stojącą na gumowym wężu lub na strunie możemy wyobrazić sobie jako sumę dwóch fal biegnących w przeciwnych kierunkach i odbijających się od końców struny.

Częstość rezonansową,  $f$ , możemy policzyć wiedząc, że okres fali w rezonatorze,  $T = 1/f$ , to czas potrzebny do przebycia dwóch długości rezonatora  $L$ :

$$n \cdot T = 2L/v, \quad (11.12)$$

gdzie  $n$  to prędkość fali. Mnożymy przez  $n$ , bo fala może przebyć rezonator w ciągu  $n$  okresów. Liczba okresów musi być jednak całkowita, aby powracająca fala była w tej samej fazie, co fala wychodząca.

Pokazaliśmy, że z fal biegnących możemy złożyć falę stojącą. Okazuje się, że można też na odwrót. Jeżeli złożymy ze sobą dwie fale stojące, przesunięte w fazie, to otrzymamy falę biegnącą.

## 11.5 Rezonatory wielowymiarowe

W rezonatorach, którymi zajmowaliśmy się do tej pory, strunie czy flecte, kolejne częstości dawały się wyrazić przez liczby całkowite. Łatwo to było wytłumaczyć faktem, że pewna liczba fal (lub ich połówek) musi się mieścić w rezonatorze. Rezonatory te były w zasadzie jednowymiarowe, fala miała do wyboru tylko jeden kierunek rozchodzenia się i ściśle określoną długość. Jeżeli jednak spróbujemy pobudzić do drgań np. rurkę, dzwon lub membranę, to okaże się, że zależności między stanami rezonansowymi są bardziej skomplikowane.



Rys. 11.15 Dzwon i drgający kieliszek są przykładami 3-wymiarowych rezonatorów

Czym się różni rurka od naprężonej linki (struny)?

Nienapiętą strunę możemy swobodnie odkształcać. Dopiero, jeśli strunę napiemy, przykładając na jej końcach siły i spróbujemy odciągnąć w bok, to będziemy musieli użyć siły. Siła ta będzie proporcjonalna do wychylenia.

Rurka, nawet jeżeli nie jest napięta, przeciwstawia się zginaniu. Gdy ją zginamy, jedną z jej ścianek ściskamy, a druga rozciągamy. Liczy się więc nie tylko rozkład sił wzdłuż rurki, ale też w poprzek. Siła w takim układzie nie jest już proporcjonalna do wychylenia.

W rezonatorach wielowymiarowych kolejne częstości rezonansowe nie

są na ogół wielokrotnościami częstości podstawowej.

Podobna sytuacja występuje w przypadku sprężystej płytki. Możemy wprawić ją w drgania, ale obraz drgań będzie bardziej złożony.

## Rezonatory dwuwymiarowe

### Figury Chładniego (!)

#### Przyrządy i materiały

- metalowe płytki zamocowane na środkach do podstawek,
- smyczek,
- piasek.

#### Przebieg doświadczenia

Metalowe płytki posypujemy piaskiem, a następnie pobudzamy smyczkiem do drgań. Jednocześnie do płytki dotykamy w jednym lub dwóch miejscach palcami. W miejscu, gdzie pocieramy smyczkiem znajduje się maksimum, czyli strzałka drgań, a tam gdzie dotykamy palcami tworzy się węzeł drgań. Należy zadbać o to, aby smyczek i palce tworzyły układ o odpowiedniej symetrii.



Rys. 11.16 Płytki z figurami Chładniego

Piasek ucieka z miejsc, gdzie płytka drga, a osiada w miejscach

spokojnych (czyli w węzłach drgań). W ten sposób piasek uwidoczni linie węzłów.

W rezonatorach wielowymiarowych kolejne częstości rezonansowe nie są na ogół wielokrotnościami częstości podstawowej.

Ciekawym przypadkiem są drgania rur. W ich przypadku występuje proporcjonalność między częstością drgań a kwadratem długości rurki. Na wykładzie, badaliśmy częstość  $f$  dzwoneków rurowych o różnych długościach  $l$  przy pomocy oscyloskopu. Otrzymaliśmy zależność  $l^2 \cdot f = \text{const}$ .



Rys 11.17 Dzwonki rurowe

## 11.6 Drgania elektronów w atomach

### Świecenie atomów

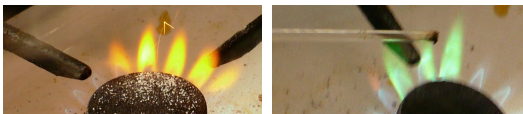
Światło emitowane przez rozgrzane ciała składające się z wielu różnych atomów zawiera wszystkie długości fal, czyli wszystkie barwy. Inaczej wygląda świecenie, gdy udaje nam się pobudzać pojedyncze atomy uzyskane przez odparowanie pierwiastków lub prostych soli. Okazuje się, że światło emitowane przez takie substancje ma ściśle określone barwy.

Piękne barwy możemy uzyskać rozgrzewając w płomieniu sole miedzi, potasu lub sodu.

### Przyrządy i materiały

- rurki Plücker'a i zasilacz,
- palnik oraz sole: sodu (NaCl), miedzi (NaCl<sub>2</sub>), potasu (KNO<sub>3</sub>) i inne.

### Przebieg doświadczenia



Rys. 11.18 Świecenie płomieni zawierających pary sodu (z lewej i miedź (z prawej)

Sód (Na) świeci na żółto-pomarańczowo, potas (K) na czerwono, a miedź (Cu) na zielono.

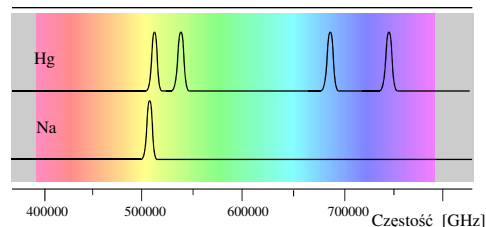
Świecenie innych gazów możemy obejrzeć przy pomocy rurek Plücker'a. Mają one elektrody umożliwiające przepuszczenie prądu

przez zamknięty w środku gaz. Pobudzony prądem elektrycznym gaz świeci.

Światło emitowane z rurek Plücker'a możemy rozłożyć na poszczególne składowe przy pomocy siatki dyfrakcyjnej, uzyskując widma świecenia gazów.

Okazuje się, że w przeciwieństwie do ciągłego widma świecenia gorących ciał, gazy świecą widmami liniowymi. Ich światło zawiera tylko pojedyncze, dobrze określone częstotliwości (długości fal) czyli czyste barwy.

Oglądając sztuczne ognie lub sklepowe neony powinniśmy pamiętać, że ich barwne światło emitowane jest przez rozgrzane atomy gazu. Barwa zależy od rodzaju pierwiastka. Na przykład, sód (Na) świeci na żółto, neon (Ne) na czerwono, a rtęć (Hg) na biało-niebiesko. Przykładowe widma znajdują się na rys. 11.19.



Rys. 11.19 Widma emisyjne rtęci (Hg) i sodu (Na)

### Rozszczepienie światła lampy rtęciowej

#### Przyrządy i materiały

- lampa rtęciowa, może być na ulicy,
- płyta kompaktowa lub siatka dyfrakcyjna,
- w wersji dla publiczności: szczelina, soczewka i ekran.

### Przebieg doświadczenia

Jeżeli doświadczenie wykonujemy sami należy ustawić się w dużej odległości od lampy i zbliżyć siatkę dyfrakcyjną (płytkę kompaktową) do oka. Jeżeli oglądalibyśmy zwykłą żarówkę, to oprócz obrazu żarówki powinniśmy zobaczyć dwie rozmyte tęcze z obu stron żarówki. Jeżeli jednak spojrzymy na lampę rtęciową, to zobaczymy zwykły biały obraz lampy, a po bokach kolorowe, nie rozmyte obrazy: żółty, zielony, fioletowo-niebieski i fioletowy.

### Elektron w atomie jako fala

Fakt, że atomy emitują światło o ściśle określonych częstościach, może nam się skojarzyć z instrumentami muzycznymi, które emitują dźwięki o ściśle określonych częstościach. Czyżby światło rezonowało wewnątrz atomów tak jak np. dźwięk w rurce fletu? Okazuje się, że jest to efekt drgań elektronów, które we wnętrzu atomów zachowują się jak fale w pudle rezonansowym.

Częstości drgań elektronów możemy obliczyć dzięki znajomości mechaniki kwantowej. Mechanika kwantowa mówi, że materia zachowuje się jak fale. Fale te mają określone częstości rezonansowe zwane "częstościami własnymi", odpowiadające pewnym stanom (kształtom) fali, które nazywamy stanami własnymi. Emisja następuje, gdy elektron przechodzi z wyższego stanu do niższego. Częstość emitowanego światła odpowiada różnicy częstości fal elektronu.

Na przykład, w sodzie widzimy przejście:  $3p^1 \rightarrow 3s^1$ ,  
odpowiadające częstości:  $f = 509 \text{ THz}$ ,  
czyli fali o długości  $\lambda = c/f = 589 \text{ nm}$ .

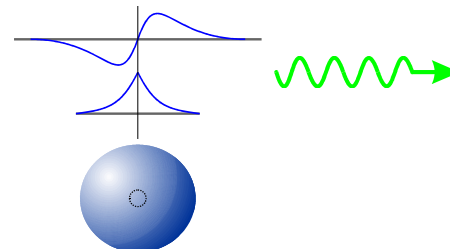
Częstość fali elektronowej,  $f$ , możemy też przeliczyć na energię posługując się równaniem Plancka:

$$E = hf \quad (11.12)$$

gdzie  $h$  to stała Plancka =  $6,626\ 070\ 015 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ .

W wypadku sodu otrzymujemy:  $E = 2,1 \text{ eV}$ .

Miedź świeci na zielono, ma wiele linii, np:  
 $3d^{10}4p^1 \rightarrow 3d^94s^2 (^2P_{3/2} \rightarrow ^2D_{5/2}) \quad \lambda = 510,554 \text{ nm}$ .



Rys. 11.20 Funkcje falowe  $\text{Re}(\Psi(r))$  elektronu w atomie

Mody drgań (stany kwantowe) cząstek i ich częstości (poziomy energetyczne cząstek) można obliczyć rozwiązując równanie Schrödingera. Dla cząstki swobodnej ma ono postać:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (11.13)$$

gdzie:  $\hbar = h/2\pi$  nazywamy zredukowaną stałą Plancka, lub stałą Diracka. Jak widać, jest ono nieco podobne do równania falowego (11.7) opisującego dźwięk lub fale elektromagnetyczne.

Kształt fal elektronów zamkniętych w atomie wodoru przedstawiony jest na rysunku 11.19.

Stany kwantowe elektronów w atomach opisywane są symbolami  $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d$  itd, gdzie przednia cyfra oznacza numer powłoki  $n = 1, 2, 3 \dots$  a litera związana jest z poboczną liczbą kwantową  $l$ .

Dla podpowłoki  $s: l = 0$ , dla  $p: l = 1$ , dla  $d: l = 2$ .

Częstość drgań elektronu w atomie wodoru zależy od głównej liczby



## 11.7 Oddziaływanie elektronów ze światłem

Otoczający nas świat pełen jest kolorów. Z punktu widzenia fizyki barwa oznacza, że w danym strumieniu światła dominuje pewna częstość. O tym, jakie częstości absorbuje dany barwnik, decyduje układ stanów kwantowych w tym barwniku. W przypadku związków chemicznych obliczenie stanów kwantowych jest trudniejsze, ale także możliwe.

Długości fal odpowiadające poszczególnym barwom przedstawia tabela poniżej.

Barwa	długość fali (nm)
fioletowa	380 - 430
niebieska	430 - 490
zielona	490 - 570
żółta	570 - 610
pomarańczowa	610 - 650
czerwona	620 - 780



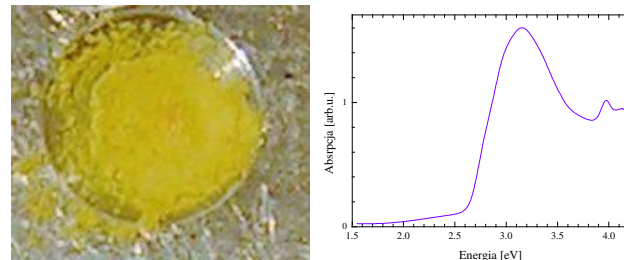
Rys. 11.22 Zielone i czerwone barwniki roślinne.

Jednymi z najczęściej występujących w naszym otoczeniu barwników są chlorofil i antocyjany. Chlorofil umożliwia rośliną fotosyntezę, ma

barwę zieloną. Antocyjany występują w malinach, winogronach, czerwonej kapuście i innych roślinach, nadając im barwę czerwoną.

Wstawiając chlorofil w strumień światła rozszczipionego przez pryzmat, możemy przekonać się, że chlorofil pochłania światło niebieskie i czerwone, a przepuszcza zielone. Antocyjany na odwrót: pochłaniają zielone, a przepuszczają czerwone i niebieskie światło.

Bardzo często zdarza się, że na barwę światła składa się mieszanina różnych częstości. Aby opisać skład światła musimy przestawić go w postaci widma (podobnie jak dźwięk), czyli wykresu przedstawiającego natężenie fal świetlnych o poszczególnych częstościach.



Rys. 11.23 Azometina i jej widmo absorpcji.

Rysunek 11.23 przedstawia przykład widma absorpcyjnego dla azometiny. Azometina jest substancją wykorzystywaną do produkcji ogniw słonecznych. Można powiedzieć, że ma nieco podobne zastosowanie jak chlorofil tyle, że w technice. Wykres absorpcji pokazuje pochłanianie fal świetlnych o poszczególnych częstościach. Widać, że fale o energii poniżej 2,7 eV są przepuszczane, a powyżej 2,7 eV – pochłaniane.



## 11.8 Podsumowanie

Rezonatory akustyczne mają na ogół wiele częstości drgań. W przypadku 'jednowymiarowych' rezonatorów częstości własne są zwykle wielokrotnościami częstości podstawowej. Rezonatory wielowymiarowe nie mają tej właściwości.

Dźwięki, złożone z kilku dobrze dobranych (czyli będących w stosunku małych liczb całkowitych) częstości odbieramy jako współbrzmiające, czyli harmonijne.

Zakres czułości ucha ludzkiego: 20 Hz - 20 kHz.

Drgania możemy rozkładać na funkcje harmoniczne i przedstawiać w postaci widma drgań. Widmo drgań lub fal to zależność amplitudy lub natężenia drgań lub fal od częstości (albo od długości fal, energii, czy liczby falowej).

Fala jest zaburzeniem rozchodzącym się w przestrzeni.

Fale stojące możemy składać z biegnących (i na odwrót).

Pojedyncze atomy emitują światło o ściśle określonych częstościach, tak jak rezonatory. Jest to efekt drgań elektronów. Częstości drgań elektronów w atomach możemy obliczyć dzięki znajomości mechaniki kwantowej.

Własności pierwiastków zmieniają się w sposób okresowy opisany prostą regułą. Kolejne okresy zawierają: 2, 2·4, 2·9, 2·16 pierwiastków itd. Związane jest to z falowymi właściwościami elektronów.

W przypadku cząsteczek wieloatomowych, np. barwników, o częstości absorbowanego światła także decyduje układ stanów kwantowych w danej substancji chemicznej.