

Neutronika

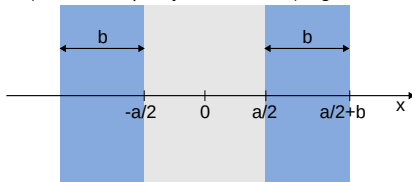
semestr letni 2024/25

Krzysztof Miernik

Wykład 8

Reaktor taflowy (1)

- Weźmy reaktor w kształcie nieskończonej taflı w płaszczyznach ZY o grubości a w kierunku X , otoczony reflektorem (nierozszczepialnym materiałem) o grubości b .



- Równanie dyfuzji zapiszemy osobno dla obszaru rdzenia

$$D_C \frac{d^2 \Phi_C}{dx^2} + (\nu \Sigma_{fC} - \Sigma_{aC}) \Phi_C = 0$$

oraz dla obszaru reflektora

$$D_R \frac{d^2 \Phi_R}{dx^2} - \Sigma_{aR} \Phi_R = 0$$

- Warunki brzegowe będą zawierać zanikanie strumienia w pewnej odległości od reflektora, symetrię rozwiązań względem $x = 0$ oraz warunki zszycia strumienia i prądu na granicy obszarów

$$\Phi_R(a/2 + b') = 0$$

$$\Phi(x) = \Phi(-x)$$

$$\Phi_R(a/2) = \Phi_C(a/2)$$

$$J_R(a/2) = J_C(a/2)$$

Reaktor taflowy (2)

- W obszarze rdzenia równanie możemy przepisać do uprzednio używanej postaci

$$\frac{d^2 \Phi_C}{dx^2} = \frac{(\Sigma_{aC} - \nu \Sigma_{fC})}{D_C} \Phi_C = -B_g^2 \Phi_C$$

dla której rozwiązanie to

$$\Phi_C(x) = A_C \cos(B_g x) + B_C \sin(B_g x)$$

- Na podstawie warunki symetrii $B_C = 0$.
- Dla obszaru reflektora, równanie przepisujemy do kolejnej znanej już postaci

$$\frac{d^2 \Phi_R}{dx^2} = \frac{\Sigma_{aR}}{D_R} \Phi_R = \frac{1}{L_R^2} \Phi_R$$

dla której rozwiązanie to

$$\Phi_R(x) = A_R \exp(-x/L_R) + B_R \exp(x/L_R)$$

- Po zastosowaniu warunku zanikania strumienia $\Phi_R(a/2 + b') = 0$ dostaniemy

$$\Phi_R(x) = A_R \sinh\left(\frac{a/2 + b' - x}{L_R}\right)$$

Reaktor taflowy (3)

- Warunki zszycia strumienia i prądu ($J = -D\nabla\phi$) w punkcie $x = a/2$

$$\begin{cases} A_C \cos(B_g a/2) = A_R \sinh(b'/L_R) \\ D_C A_C B_g \sin(B_g a/2) = D_R \frac{A_R}{L_R} \cosh(b'/L_R) \end{cases}$$

- Dzieląc równania stronami otrzymamy warunek na rozmiar reaktora a

$$\tan(B_g a/2) = \frac{D_R}{L_R D_C B_g} \frac{1}{\tanh(b'/L_R)}$$

dla którego osiąga on krytyczność (ponieważ założyliśmy rozwiązania stacjonarne), a co ma miejsce, gdy

$$B_g = B_m = \frac{\nu \Sigma_{fC} - \Sigma_{aC}}{D_C}$$

- Znając B_g możemy wyznaczyć rozmiar reaktora a

$$a = \frac{2}{B_g} \arctan\left(\frac{D_R}{L_R D_C B_g \tanh(b'/L_R)}\right)$$

- W rozwiązaniu „gołego” (bare) reaktora taflowego otrzymaliśmy (łatwo sprawdzić, że powyższe rozwiązanie dla $b = 0$ jest takie samo)

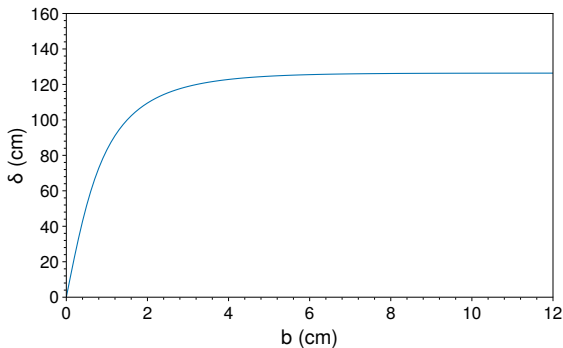
$$B_g = \pi/a \Rightarrow a = \pi/B_g$$

Reaktor taflowy (4)

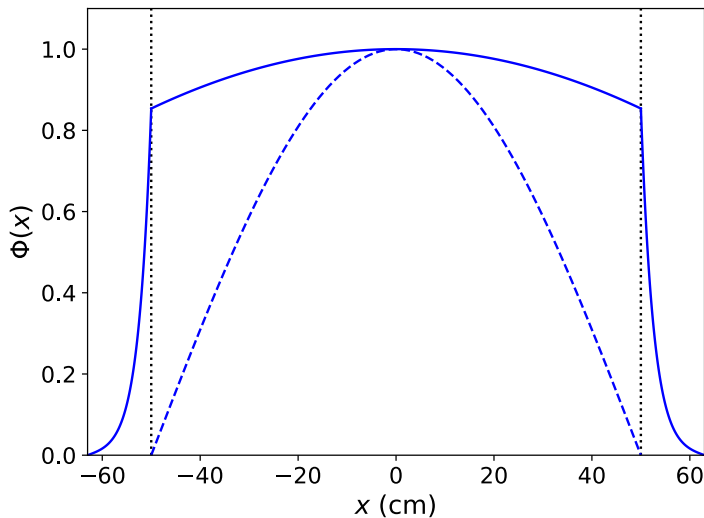
- Różnica rozmiarów reaktora z reflektorem i bez nazywa się „oszczędnością reflektora” (*reflector savings*)

$$\delta = a(\text{bare}) - a(\text{refl.}) = \frac{\pi}{B_g} - \frac{2}{B_g} \arctan \left(\frac{D_R}{L_R D_C B_g \tanh(b'/L_R)} \right)$$

- W granicy $b \rightarrow 0$ dostajemy $\delta \rightarrow 0$, natomiast w granicy $b \rightarrow \infty$ czynnik $\tanh \rightarrow 1$ i równanie dąży do pewnej stałej, skończonej wielkości.

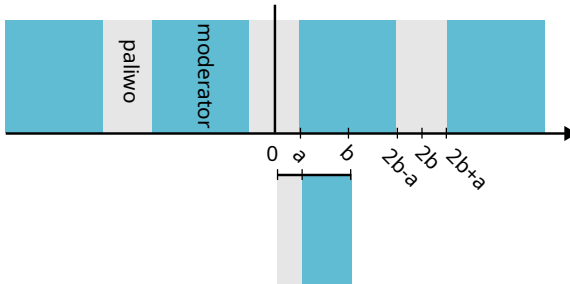


Strumień w reaktorze z reflektorem



Współczynnik straty termicznej

- Reaktor płaszczyznowy i podstawowa komórka. Zakładamy, że neutrony "pojawiają" się w moderatorze (rozkład płaski), a w paliwie zachodzi jedynie absorpcja.



- Obszar paliwa (F) i obszar moderatora (M)

$$-D_F \frac{d^2 \Phi_F}{dx^2} + \Sigma_{aF} \Phi_F = 0$$

$$-D_M \frac{d^2 \Phi_M}{dx^2} + \Sigma_{aM} \Phi_M = S_M$$

Współczynnik straty termicznej

- Warunki brzegowe, z symetrii komórek oraz zszycia obszarów

$$\left. \frac{d\Phi_F}{dx} \right|_0 = 0$$

$$\left. \frac{d\Phi_M}{dx} \right|_b = 0$$

$$\Phi_F(a) = \Phi_M(a)$$

$$J_F(a) = J_M(a)$$

- Oprócz rozwiązań szukamy

$$\xi = \frac{\bar{\Phi}_M}{\bar{\Phi}_F}$$

$$\xi = \frac{a}{L_F} \coth\left(\frac{a}{L_F}\right) - \frac{D_F L_M a}{D_M L_F^2} \coth\left(\frac{a-b}{L_M}\right) - \frac{D_F L_M^2}{D_M L_F^2} \frac{a}{a-b}$$

Współczynnik straty termicznej

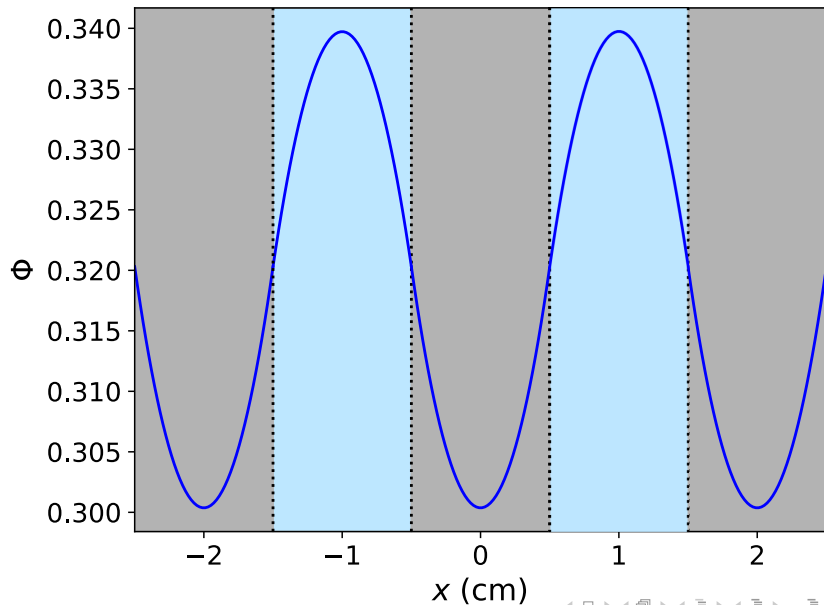
- Wynik można przedstawić w uniwersalnej postaci, także dla innych geometrii

$$\xi = \frac{V_F \Sigma_{aF}}{V_M \Sigma_{aM}} \left(\frac{V_M \Sigma_{aM}}{V_F \Sigma_{aF}} F + E - 1 \right)$$

- R. V. Meghrebian and D. K. Holmes, Reactor Analysis, McGraw- Hill, New York (1960)

Geometria	Funkcje E i F
Tafla 	$F = \frac{a}{L_F} \coth \frac{a}{L_F}$ $E = \frac{b}{L_M} \coth \frac{b}{L_M}$
Cylinder 	$F = \frac{(\rho_F / L_F) I_0(\rho_F / L_F)}{2 I_1(\rho_F / L_F)}$ $E = \frac{(1/L_M)(\rho_M^2 - \rho_F^2)}{2 \rho_F} \frac{I_0(\rho_F / L_M) K_1(\rho_M / L_M) + K_0(\rho_F / L_M) I_1(\rho_M / L_M)}{I_1(\rho_M / L_M) K_1(\rho_F / L_M) - K_1(\rho_M / L_M) I_1(\rho_F / L_M)}$
Sfera 	$F = \frac{(r_F / L_F)^2 \tanh(r_F / L_F)}{3[(r_F / L_F)^2 - \tanh(r_F / L_F)]}$ $E = \frac{r_M^3 - r_F^3}{3 r_F L_M^3} \frac{1 - (r_M / L_M) \coth[(r_M - r_F) / L_M]}{1 - r_M r_F / L_M^2 - [(r_M - r_F) / L_M] \coth[(r_M - r_F) / L_M]}$

Strumień neutronów w siatce

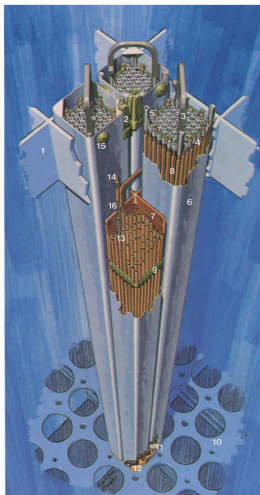


Kaseta paliwowa

BWR/6 FUEL ASSEMBLIES & CONTROL ROD MODULE

- 1.TOP FUEL GUIDE
- 2.CHANNEL FASTENER
- 3.UPPER TIE PLATE
- 4.EXPANSION SPRING
- 5.LOCKING TAB
- 6.CHANNEL
- 7.CONTROL ROD
- 8.FUEL ROD
- 9.SPACER
- 10.CORE PLATE ASSEMBLY
- 11.LOWER TIE PLATE
- 12.FUEL SUPPORT PIECE
- 13.FUEL PELLETS
- 14.END PLUG
- 15.CHANNEL SPACER
- 16.PLENUM SPRING

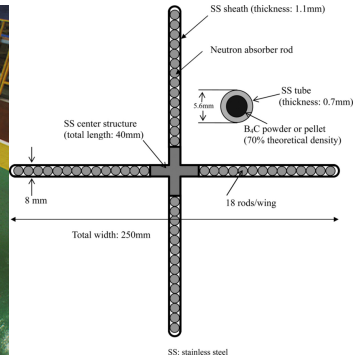
GENERAL ELECTRIC



Captioned diagram of General Electric Boiling Water Reactor fuel rods and control rods (actually control plates) presumably similar to those in the Fukushima I plant, from <http://www.nrc.gov/reading-rm/basic-ref/teachers/03.pdf>

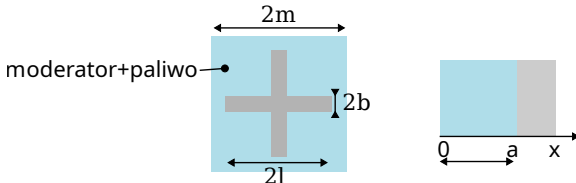
The tubes are made of zirconium (metal) and the fuel inside them is cylindrical pellets of uranium oxide. In Unit 3, there is also plutonium. Heat is generated by the fuel pellets themselves. The "control rods" absorb neutrons and so reduce or stop the fission chain reaction. All this is supposed to be covered by liquid water. 2011-03-15 7:00 UTC <http://www.firstpr.com.au/jncrisis/>

Pręty kontrolne BWR



Reaktor z prętami kontrolnymi (1)

- Zamieniamy problem na jednowymiarowy, z zachowanym stosunkiem powierzchni do objętości (prętów kontrolnych do paliwa)



- Szukamy rozwiązania w obszarze paliwa i moderatora

$$-D \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \Sigma_a \Phi = S$$

- Warunki brzegowe z symetrii siatki oraz granicy z prętem kontrolnym

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dx} \Big|_0 &= 0 \\ -\frac{1}{\Phi(x)} \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=a} &= \frac{1}{2} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = \beta \end{aligned}$$

gdzie α to współczynnik odbicia

Współczynnik odbicia

- Wiemy, że

$$j_+ = \frac{1}{4}\Phi - \frac{1}{2}D\frac{d\Phi}{dx}$$

$$j_- = \frac{1}{4}\Phi + \frac{1}{2}D\frac{d\Phi}{dx}$$

- Współczynnik odbicia to $\alpha = j_- - j_+$. Jeżeli znamy go np. z eksperymentu lub z teorii transportu, to możemy wyznaczyć warunek brzegowy "pełny" (bez ekstrapolacji) dla pewnej granicy

$$-\frac{D}{\Phi(b)} = \left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=b}$$

- Dodając lub odejmując równania na $j_{\pm}$ stronami

$$j_+ - j_- = -D\frac{d\Phi}{dx}$$

$$j_+ + j_- = \frac{1}{2}\Phi$$

- Stąd

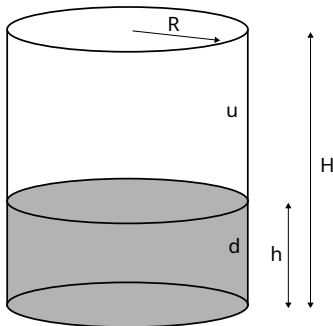
$$-\frac{D}{\Phi(x)}\frac{d\Phi}{dx}\Big|_{x=b} = \frac{j_- - j_+}{2(j_+ + j_-)} = \frac{1}{2}\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} = \beta$$

Reaktor z prętami kontrolnymi (2)

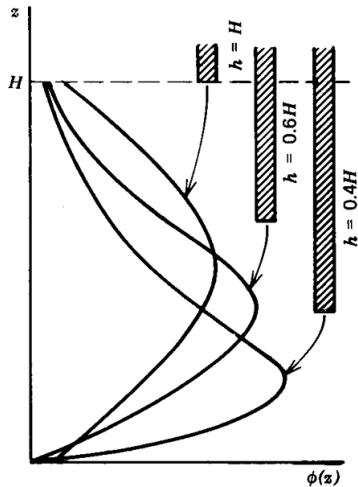
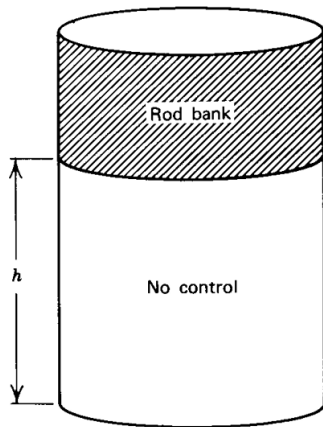
- Rozwiązując teraz problem reaktora z prętami otrzymamy Φ .
- Zakładając, że wszystkie neutrony wchodzące do pęta są absorbowane możemy policzyć efektywny przekrój czynny komórki reaktora z prętem kontrolnym

$$\Sigma_{mc}^{eff} = \frac{\beta \Phi(a)}{\bar{\Phi}(a)}$$

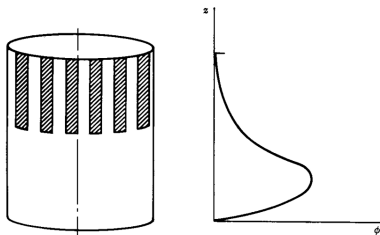
- Efektywny przekrój możemy używać dla tej części reaktora, gdzie wsunięte są pręty kontrolne, a inne dla części bez prętów.



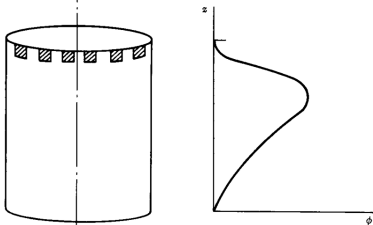
Wpływ prętów na strumień



Wpływ prętów na strumień



Beginning of core life (BOL)



End of core life (EOL)

Homogenizacija

