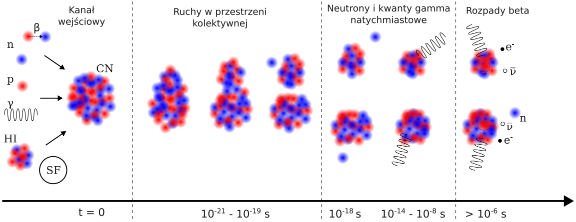
Część IV - kinematyka reaktora

Neutrony natychmiastowe i opóźnione

- Zdecydowana większość neutronów (około 99.5%) powstaje w czasie poniżej 10^{-15} s po samym akcie rozszczepienia.



- Jaki jednak upływa czas od powstania neutronu, do wywołania następnego rozszczepienia (to co nazywaliśmy ”pokoleniem”)?

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Zaczynamy od energii $E_0 = 1/2kT$ ($kT = 1.29$ MeV), kończymy na energii $E_t = 25$ meV.
- Średnio w zderzeniu nowa energia to

$$E' = \frac{1+\alpha}{2}E$$

niech

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Zaczynamy od energii $E_0 = 1/2kT$ ($kT = 1.29$ MeV), kończymy na energii $E_t = 25$ meV.
- Średnio w zderzeniu nowa energia to

$$E' = \frac{1+\alpha}{2}E$$

niech

$$E' = \frac{1}{k}E, \quad k = \frac{2}{1+\alpha}, \quad \alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}$$

wtedy po n zderzeniach

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Zaczynamy od energii $E_0 = 1/2kT$ ($kT = 1.29$ MeV), kończymy na energii $E_t = 25$ meV.
- Średnio w zderzeniu nowa energia to

$$E' = \frac{1+\alpha}{2}E$$

niech

$$E' = \frac{1}{k}E, \quad k = \frac{2}{1+\alpha}, \quad \alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}$$

wtedy po n zderzeniach

$$E_n = \frac{E_0}{k^n} = E_t$$

$$n = \frac{\ln(E_0/E_t)}{\ln k}$$

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Ile trwa zanim neutron się zderzy w i-tym kroku?

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Ile trwa zanim neutron się zderzy w i-tym kroku?

$$
\begin{aligned}
v_i &= \sqrt{\frac{2E_i}{m}} \\
t_i &= \frac{\lambda_i}{v_i} \\
\lambda_i &= \frac{1}{\Sigma_i} \\
t_i &= \lambda_i \sqrt{\frac{m}{2E_i}} = \lambda_i \sqrt{\frac{mk^i}{2E_0}}
\end{aligned}
$$

Czas potrzebny na termalizację neutronu

- Ile trwa zanim neutron się zderzy w i-tym kroku?

$$v_i = \sqrt{\frac{2E_i}{m}}$$

$$t_i = \frac{\lambda_i}{v_i}$$

$$\lambda_i = \frac{1}{\Sigma_i}$$

$$t_i = \lambda_i \sqrt{\frac{m}{2E_i}} = \lambda_i \sqrt{\frac{mk^i}{2E_0}}$$

- Łącznie czas

$$t = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i \sqrt{\frac{mk^i}{2E_0}} = \sqrt{\frac{m}{2E_0}} \sum_{i=0}^{n} \lambda_i \sqrt{k^i}$$

- W wodzie $n \approx 28$, $\Sigma \approx 1.5$ cm, $k = 2/(1+\alpha) = 1.876$

$$t = \sqrt{\frac{939.6}{1.29}} \sum_{i=0}^{n} 0.667 \sqrt{1.876^i} \approx 10\ \mu\mathrm{s}$$

Neutrony natychmiastowe

- Czas jednej generacji neutronów to czas pomiędzy powstaniem, a ponowną emisją w rozszczepieniu, oznaczany jest jako l^*.

Neutrony natychmiastowe

- Czas jednej generacji neutronów to czas pomiędzy powstaniem, a ponowną emisją w rozszczepieniu, oznaczany jest jako l^*.
- Współczynnik mnożenia k_{eff} możemy zdefiniować w alternatywny, ale równoznaczny sposób jako stosunek produkcji neutronów (P) do ich strat (L)

$$k_{eff} = \frac{P(t)}{L(t)}$$

Neutrony natychmiastowe

- Czas jednej generacji neutronów to czas pomiędzy powstaniem, a ponowną emisją w rozszczepieniu, oznaczany jest jako l^*.
- Współczynnik mnożenia k_{eff} możemy zdefiniować w alternatywny, ale równoznaczny sposób jako stosunek produkcji neutronów (P) do ich strat (L)

$$k_{eff} = \frac{P(t)}{L(t)}$$

- Zmiana liczby neutronów w czasie to różnica między produkcją, a stratami (zakładamy stałe w czasie k i l)

$$\frac{dN}{dt} = P(t) - L(t) = \left(\frac{P(t)}{L(t)} - 1\right) L(t) = (k-1)L(t)$$

Neutrony natychmiastowe

- Czas jednej generacji neutronów to czas pomiędzy powstaniem, a ponowną emisją w rozszczepieniu, oznaczany jest jako l^*.
- Współczynnik mnożenia k_{eff} możemy zdefiniować w alternatywny, ale równoznaczny sposób jako stosunek produkcji neutronów (P) do ich strat (L)

$$k_{eff} = \frac{P(t)}{L(t)}$$

- Zmiana liczby neutronów w czasie to różnica między produkcją, a stratami (zakładamy stałe w czasie k i l)

$$\frac{dN}{dt} = P(t) - L(t) = \left(\frac{P(t)}{L(t)} - 1\right) L(t) = (k-1)L(t)$$

- Straty neutronów są spowodowane ich ucieczką lub reakcją wychwytu (n, γ) lub (n, F). Średni czas po jakim to się stanie to l^*

$$L(t) = \frac{N(t)}{l*} \;\Rightarrow\; \frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l*} N(t)$$

Neutrony natychmiastowe

- Czas jednej generacji neutronów to czas pomiędzy powstaniem, a ponowną emisją w rozszczepieniu, oznaczany jest jako l^*.
- Współczynnik mnożenia k_{eff} możemy zdefiniować w alternatywny, ale równoznaczny sposób jako stosunek produkcji neutronów (P) do ich strat (L)

$$k_{eff} = \frac{P(t)}{L(t)}$$

- Zmiana liczby neutronów w czasie to różnica między produkcją, a stratami (zakładamy stałe w czasie k i l)

$$\frac{dN}{dt} = P(t) - L(t) = \left(\frac{P(t)}{L(t)} - 1\right) L(t) = (k-1)L(t)$$

- Straty neutronów są spowodowane ich ucieczką lub reakcją wychwytu (n, γ) lub (n, F). Średni czas po jakim to się stanie to l^*

$$L(t) = \frac{N(t)}{l^*} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l^*} N(t)$$

- Rozwiązaniem jest zależność

$$N(t) = N_0 \exp\left(\frac{(k_{eff}-1)t}{l^*}\right)$$

Liczba neutronów w czasie (ze źródłem)

- W reaktorach, oprócz neutronów pochodzących z rozszczepienia są obecne inne źródła. Jak wygląda rozwiązanie ewolucji czasowej, jeżeli dodamy stałe w czasie źródło o intensywności S_0?

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l*} N(t) + S_0$$

Liczba neutronów w czasie (ze źródłem)

- W reaktorach, oprócz neutronów pochodzących z rozszczepienia są obecne inne źródła. Jak wygląda rozwiązanie ewolucji czasowej, jeżeli dodamy stałe w czasie źródło o intensywności S_0?

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l*}N(t) + S_0$$

- Rozwiązanie zaczynamy od równania jednorodnego, którego rozwiązanie już znamy

$$N(t) = C\exp\left(\frac{k-1}{l*}t\right)$$

Liczba neutronów w czasie (ze źródłem)

- W reaktorach, oprócz neutronów pochodzących z rozszczepienia są obecne inne źródła. Jak wygląda rozwiązanie ewolucji czasowej, jeżeli dodamy stałe w czasie źródło o intensywności S_0?

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l*} N(t) + S_0$$

- Rozwiązanie zaczynamy od równania jednorodnego, którego rozwiązanie już znamy

$$N(t) = C \exp\left(\frac{k-1}{l*} t\right)$$

- Po uzmiennieniu stałej C znajdziemy rozwiązanie równania z niejednorodnością (przy warunku początkowym $N(0) = N_0$)

$$N(t) = N_0 \exp\left(\frac{k-1}{l*} t\right) + \frac{S_0}{k-1}\left(\exp\left(\frac{k-1}{l*} t\right) - 1\right)$$

Liczba neutronów w czasie (ze źródłem)

- W reaktorach, oprócz neutronów pochodzących z rozszczepienia są obecne inne źródła. Jak wygląda rozwiązanie ewolucji czasowej, jeżeli dodamy stałe w czasie źródło o intensywności S_0?

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(k-1)}{l^*}N(t) + S_0$$

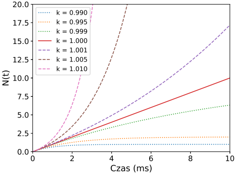
- Rozwiązanie zaczynamy od równania jednorodnego, którego rozwiązanie już znamy

$$N(t) = C\exp\left(\frac{k-1}{l^*}t\right)$$

- Po uzmiennieniu stałej C znajdziemy rozwiązanie równania z niejednorodnością (przy warunku początkowym $N(0) = N_0$)

$$N(t) = N_0\exp\left(\frac{k-1}{l^*}t\right) + \frac{S_0}{k-1}\left(\exp\left(\frac{k-1}{l^*}t\right) - 1\right)$$

- Dla k > 1 nadal mamy eksponencjalny wzrost, natomiast dla k < 1 wyrażenie dąży do $\frac{S_0}{1-k}$



Mnożenie podkrytyczne

- Z powyższych rozważań widzimy że, w reaktorze w stanie podkrytycznym ($k_{eff} < 1$), nadal zachodzą reakcje rozszczepienia.
- Wybraźmy sobie układ o współczynniku $k_{eff} = 0.5$, w którym na sekundę powstaje 100 neutronów, wtedy

Czas	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	100	50	25	12.5	6.25	3.125	1.562	0.781	0.391
		100	50	25	12.5	6.25	3.125	1.562	0.781
			100	50	25	12.5	6.25	3.125	1.562
				100	50	25	12.5	6.25	3.125
					100	50	25	12.5	6.25
						100	50	25	12.5
							100	50	25
								100	50
									100
Suma	100	150	175	187.5	193.75	196.9	198.4	199.2	199.6

- Każdy krok czasu to nowa generacja (100 μs), liczba neutronów szybko ustala się na pewnym poziomie (w przykładzie około 200)

Mnożenie podkrytyczne

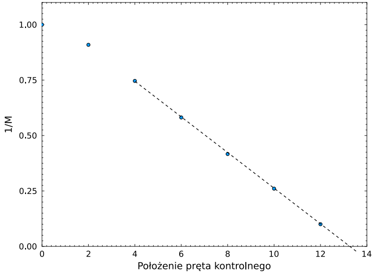
- Z rozwiązania tego zagadnienia dostaliśmy wielkość, która jest nazywana podkrytycznym współczynnikiem mnożenia M
$$M = \frac{1}{1 - k_{eff}}$$
- Np. dla $k_{eff} = 0.95$
$$M = \frac{1}{1 - 0.95} = 20$$
- W reaktorze podkrytycznym liczba neutronów jest powiązana z intensywnością źródła S i współczynnikiem mnożenia podkrytycznego M
$$N = S \times M$$
- W praktyce intesywność źródła (albo wydajność detektora neutronów) jest trudna do dokładnego określenia. Ale jeżeli zmierzymy liczbę neutronów dla dwóch stanów podkrytycznych k_1 i k_2
$$N_1 = S\frac{1}{1 - k_1}, \quad N_2 = S\frac{1}{1 - k_2}$$
to patrząc na stosunek tych dwóch wielkości, możemy wyrzucić z równania intensywność źródła
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{1 - k_2}{1 - k_1}$$

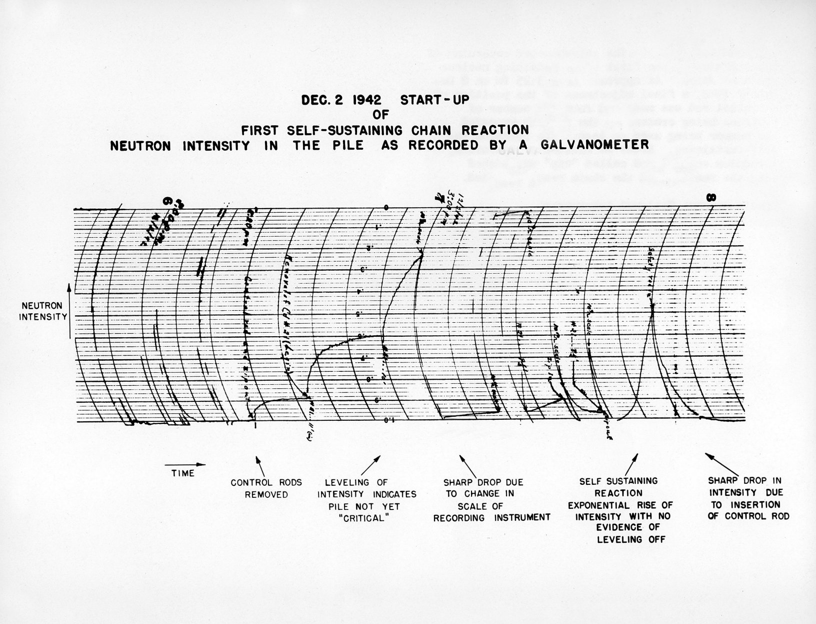
Mnożenie podkrytyczne

- Liczba zliczeń w monitorze neutronów jest proporcjonalna (przez nieznaną wydajność detektora) do rzeczywistej liczby neutronów.
- Ta informacja jest bardzo ważna do ustalenia kiedy reaktor osiągnie krytyczność, na podstawie odczytu z detektorów neutronów.
- Definicję współczynnika mnożenia możemy przekształcić na

$$M = \frac{1}{1 - k_{eff}} \rightarrow \frac{1}{M} = 1 - k_{eff}$$

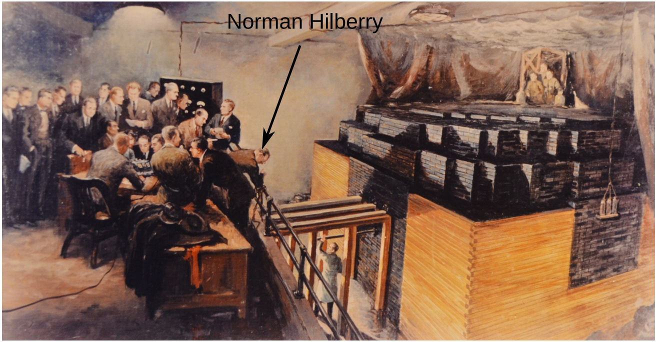
- Mierząc liczbę neutronów dla pewnego wyjściowego stanu k_0 i sprawdzając zmianę wartości $\frac{1}{M}$ w zależności od położenia elementu sterującego (np. pręta kontrolnego) można określić, kiedy reaktor osiągnie krytyczność ($\frac{1}{M} = 0$)




DEC. 2 1942 START-UP
OF
FIRST SELF-SUSTAINING CHAIN REACTION
NEUTRON INTENSITY IN THE PILE AS RECORDED BY A GALVANOMETER
NEUTRON INTENSITY
TIME
CONTROL RODS REMOVED
LEVELING OF INTENSITY INDICATES PILE NOT YET "CRITICAL"
SHARP DROP DUE TO CHANGE IN SCALE OF RECORDING INSTRUMENT
SELF SUSTAINING REACTION
EXPONENTIAL RISE OF INTENSITY WITH NO EVIDENCE OF LEVELING OFF
SHARP DROP IN INTENSITY DUE TO INSERTION OF CONTROL ROD

Pierwszy reaktor

Safety Control Rod Axe Man



Neutrony natychmiastowe

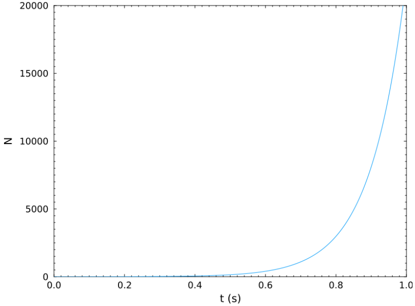
- Neutrony natychmiastowe spowalniają do energii termicznej i są absorbowane lub uciekają z reaktora w czasie około 1-100 μs.

Neutrony natychmiastowe

- Neutrony natychmiastowe spowalniają do energii termicznej i są absorbowane lub uciekają z reaktora w czasie około 1-100 μs.
- W reaktorach prędkich, ze względu na brak spowalniania ten czas to około 1 μs, a w reaktorach wodnych 100 μs

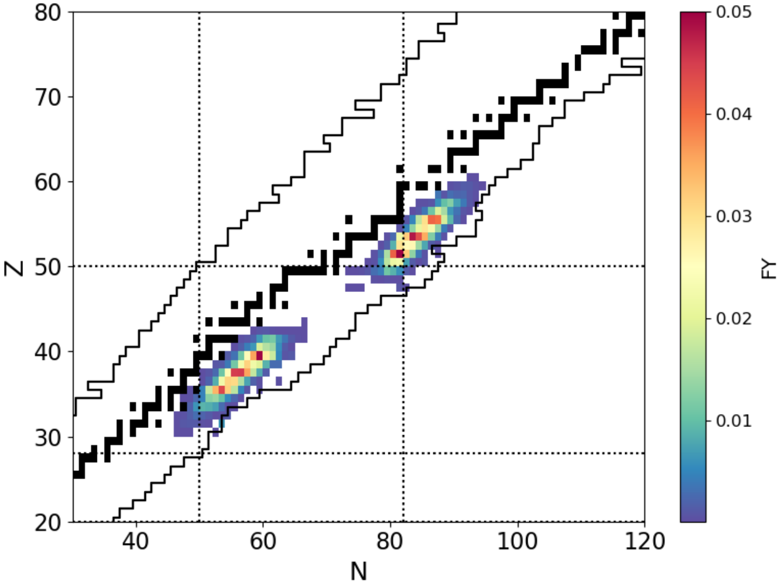
Neutrony natychmiastowe

- Neutrony natychmiastowe spowalniają do energii termicznej i są absorbowane lub uciekają z reaktora w czasie około 1-100 μs.
- W reaktorach prędkich, ze względu na brak spowalniania ten czas to około 1 μs, a w reaktorach wodnych 100 μs
- Tak krótkie czasy pomiędzy kolejnymi generacjami neutronów uniemożliwiają kontrolę reaktora. Np. w reaktorze o współczynniku mnożenia $k_{eff} = 1.001$ w ciągu 1 sekundy liczba neutronów wzrosłaby 20 000 razy.



- A jednak reaktory się tak nie zachowują. Co pominęliśmy?

Fragmenty rozszczepienia

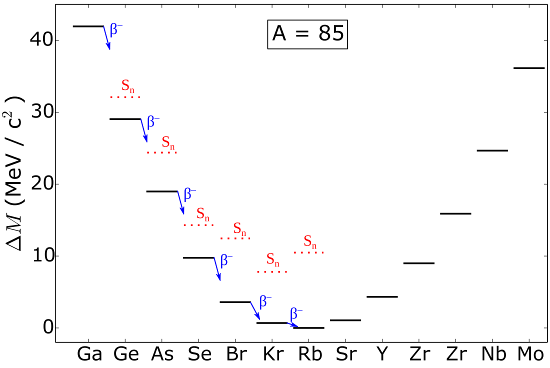


Jądra A = 85

- Energia separacji neutronu to energia, do jakiej należy wzbudzić jądro, aby usunąć z niego neutron (S_n)

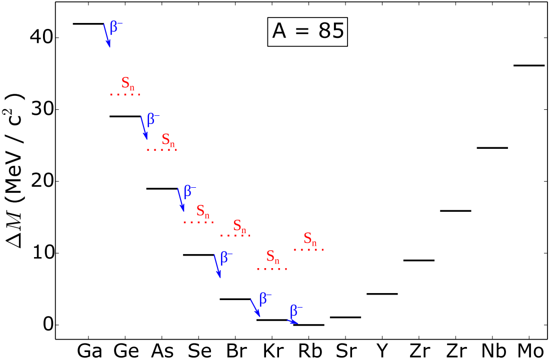
Jądra A = 85

- Energia separacji neutronu to energia, do jakiej należy wzbudzić jądro, aby usunąć z niego neutron (S_n)
- W rozpadzie β dostępna jest energia Q_β równa różnicy mas początkowego i końcowego jądra



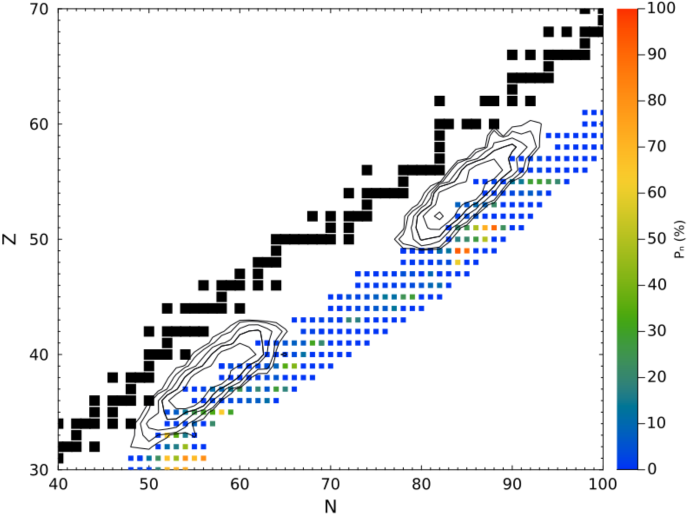
Jądra A = 85

- Energia separacji neutronu to energia, do jakiej należy wzbudzić jądro, aby usunąć z niego neutron (S_n)
- W rozpadzie β dostępna jest energia Q_β równa różnicy mas początkowego i końcowego jądra



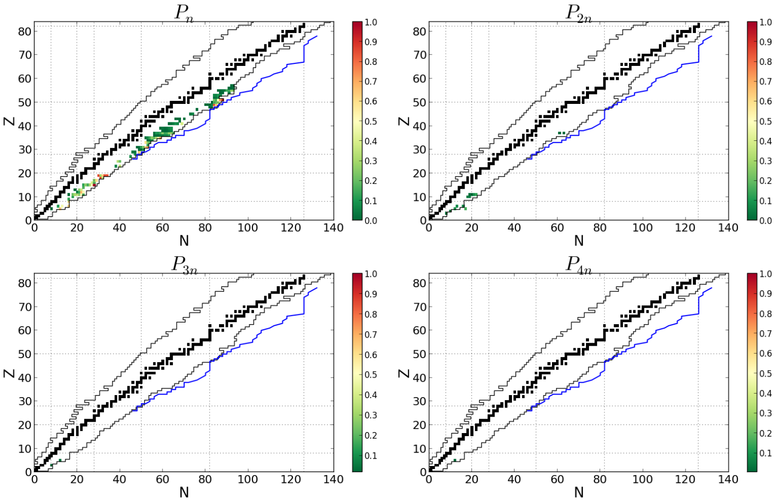
- Emisja neutronów opóźnionych jest możliwa gdy $Q_\beta > S_n$.

Neutrony opóźnione



Neutrony opóźnione są emitowane przez ponad 200 (z około 800) fragmentów rozszczepienia ^{236}U

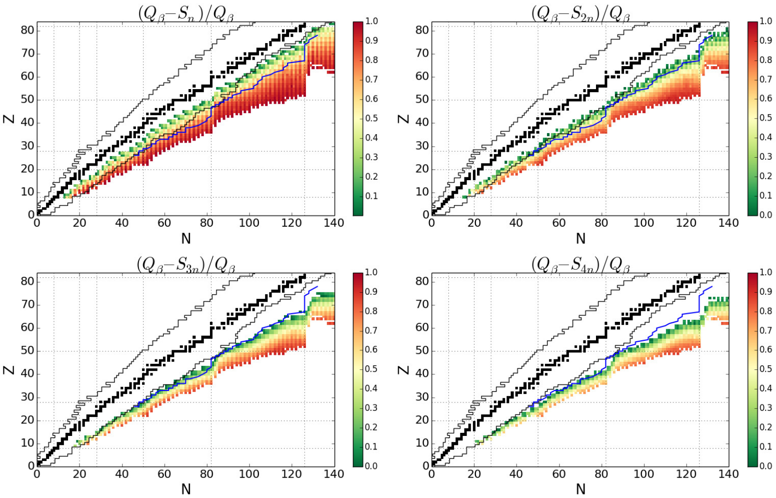
Aktualny stan badań eksperymentalnych



Eksperymentalnie dobrze znane wartości:

około 200 βn, 14 β2n, 2 β3n, 1 β4n

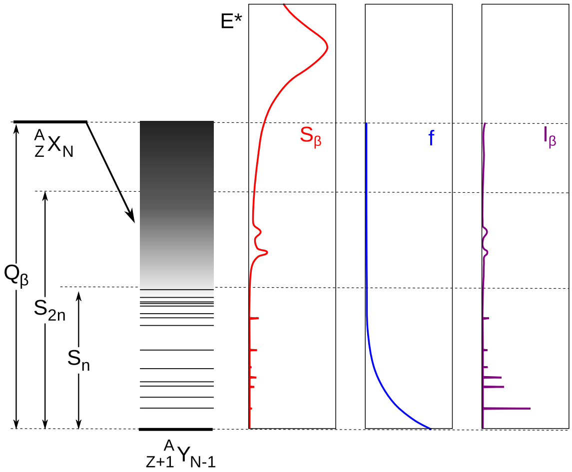
Rozmiar okna emisji neutronów



Model masowy HFB-21 S. Goriely et al., PRC82 (2010)

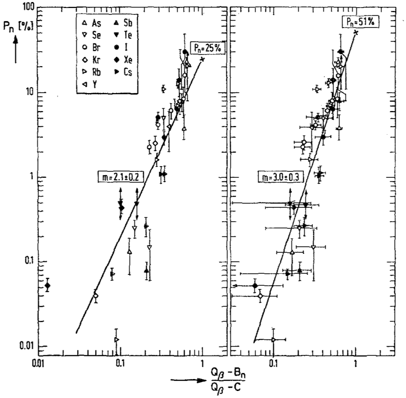
8387 związanych jąder: 4392 βn, 3667 $\beta 2n$, 3123 $\beta 3n$, 2708 $\beta 4n$

Prawdopodobieństwo emisji neutronu



$$P_n = \frac{\int_{S_n}^{Q_\beta} \frac{\Gamma_n(E)}{\Gamma_{\mathrm{tot}}(E)} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E)\, dE}{\int_0^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E)\, dE},$$

Wzór Kratza-Hermanna



K.-L. Kratz and G. Herrmann

Z. Phys. 263(1973)435

$$\Gamma_n/\Gamma_{tot} \approx 1, \quad S_\beta \sim \text{const}$$

$$P_n = a\left(\frac{Q_\beta - S_n}{Q_\beta - C}\right)^b$$

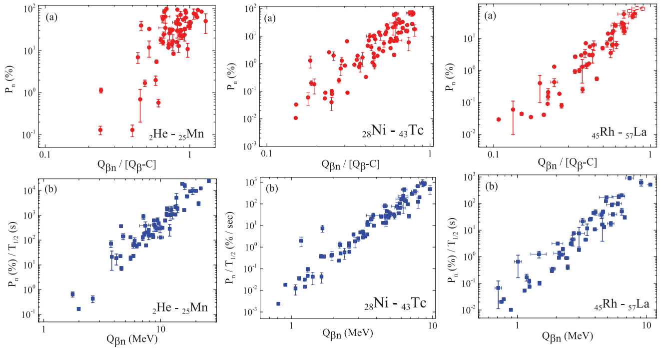
	a	b
Z < 25	45	4.40
28 < Z < 43	119	5.45
45 < Z < 57	141	5.08

$$C = \begin{cases} 0 & \text{p-p} \\ 13/\sqrt{A} & \text{n} \\ 26/\sqrt{A} & \text{n-n} \end{cases}$$

Parametry (2012):

E.A. McCutchan et al. PRC 86 (2012) 041305(R)

Ulepszona systematyka



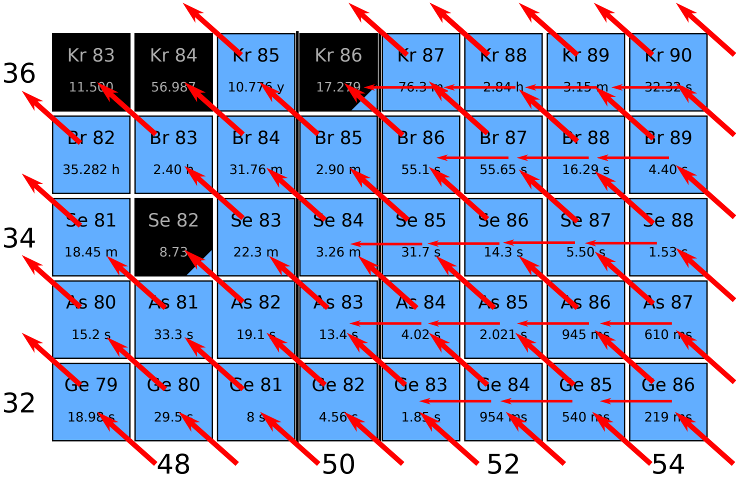
$$P_n = \frac{\int_{S_n}^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE}{\int_0^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE},$$

$$\frac{P_n}{T_{1/2}} = c Q_{\beta n}^d$$

	c	d
Z < 25	0.037	4.11
28 < Z < 43	0.0097	4.87
45 < Z < 57	0.016	4.55

E.A. McCutchan et al. PRC 86 (2012) 041305(R)

Sieć rozpadów



Rozpady beta z emisją neutronów opóźnionych łączą się ze sobą w bardzo skomplikowaną sieć.

Model sześciu grup

- W uproszczony sposób te wszystkie rozpady są brane pod uwagę stosując model sześciu grup. Każda grupa odpowiada efektywnie pewnej grupie nuklidów o danych przedziale czasu życia.
- Parametry dla ^{235}U ($\beta = 0.0026$)

Grupa	**Czasy życia**	**Nuklidy**	β_i/β (1/s)	α_i
I	55.6 s	^{87}Br	0.0133	0.0380
II	10 – 30 s	^{88}Br, ^{137}I, ...	0.0325	0.1918
III	4 – 10 s	^{89}Br, ^{93}Rb, ...	0.1219	0.1638
IV	1.4 – 4.0 s	^{85}As, ^{90}Br, ...	0.3169	0.3431
V	0.4 – 1.4 s	^{87}As, ^{93}Kr, ...	0.9886	0.1744
VI	< 0.4 s	^{87}As, ^{93}Kr, ...	2.9544	0.0890

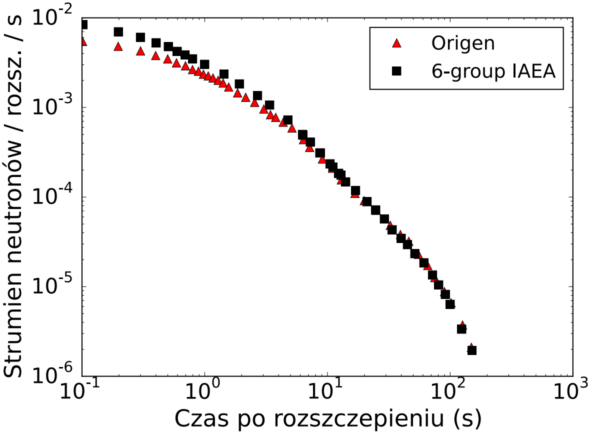
Model sześciu grup

TABLE 5.1 Delayed Neutron Parameters

	Fast Neutrons		Thermal Neutrons	
Group	Decay Constant λ_i (s^{-1})	Relative Yield β_i/β	Decay Constant λ_i (s^{-1})	Relative Yield β_i/β
^{233}U		$\nu_d = 0.00731$, $\beta = 0.0026$		$\nu_d = 0.00667$, $\beta = 0.0026$
1	0.0125	0.096	0.0126	0.086
2	0.0360	0.208	0.0337	0.299
3	0.138	0.242	0.139	0.252
4	0.318	0.327	0.325	0.278
5	1.22	0.087	1.13	0.051
6	3.15	0.041	2.50	0.034
^{235}U		$\nu_d = 0.01673$, $\beta = 0.0064$		$\nu_d = 0.01668$, $\beta = 0.0067$
1	0.0127	0.038	0.0124	0.033
2	0.0317	0.213	0.0305	0.219
3	0.115	0.188	0.111	0.196
4	0.311	0.407	0.301	0.395
5	1.40	0.128	1.14	0.115
6	3.87	0.026	3.01	0.042
^{239}Pu		$\nu_d = 0.0063$, $\beta = 0.0020$		$\nu_d = 0.00645$, $\beta = 0.0022$
1	0.0129	0.038	0.0128	0.035
2	0.0311	0.280	0.0301	0.298
3	0.134	0.216	0.124	0.211
4	0.331	0.328	0.325	0.326
5	1.26	0.103	1.12	0.086
6	3.21	0.035	2.69	0.044

W.M. Stacey ”Nuclear Reactor Physics” Wiley 2007

Metoda 6-grup, a dane jądrowe



Ian C. Gauld (ORNL Reactor Science Group),

Widmo energetyczne neutronów opóźnionych

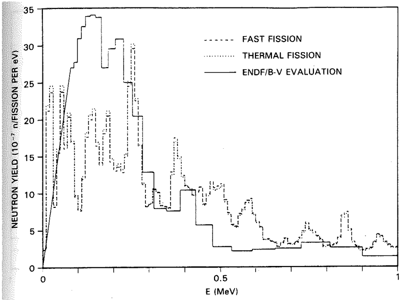


Fig. 5. Group 1 normalized delayed neutron spectra for ^{235}U.

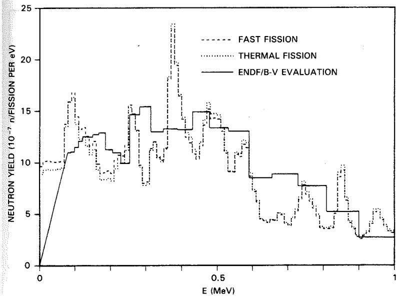
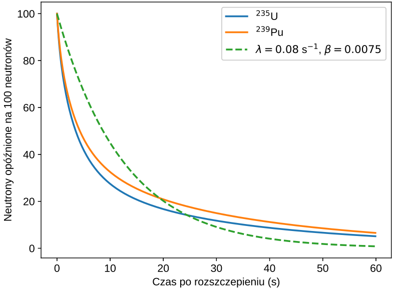


Fig. 6. Group 2 normalized delayed neutron spectra for ^{235}U.

M.C. Brady and T. R. England, Nuc. Sci. Eng. 103 (1989)

Przybliżenie jednogrupowe

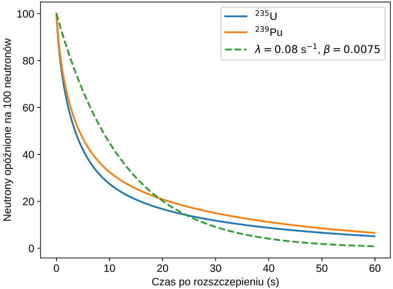
- Gdybyśmy zastosowali jeszcze większe przybliżenie i użyli tylko jednej grupy, to otrzymamy następujące parametry



- Średni czas, po jakim pojawia się neutron to 12.5 sekundy, a stosunek opóźnionych do wszystkich neutronów to 0.0075.
□

Przybliżenie jednogrupowe

- Gdybyśmy zastosowali jeszcze większe przybliżenie i użyli tylko jednej grupy, to otrzymamy następujące parametry



- Średni czas, po jakim pojawia się neutron to 12.5 sekundy, a stosunek opóźnionych do wszystkich neutronów to 0.0075.
  □

Reaktor punktowy z przybliżeniem jednogrupowym

- Dla wielu grup neutronów opóźnionych równania opisujące zmianę liczby neutronów w czasie

$$\frac{dN}{dt} = \frac{k(1-\beta)-1}{l}N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t)$$
$$\frac{dC_i}{dt} = \beta_i \frac{k}{l}N(t) - \lambda_i C_i(t)$$

- Wprowadzamy oznaczenia $\Lambda \equiv l/k$, $\rho \equiv \frac{k-1}{k}$, oraz stosujemy przybliżenie jednej grupy

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\rho-\beta}{\Lambda}N(t) + \lambda C(t)$$
$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda}N(t) - \lambda C(t)$$

- Zagadnienie rozwiązujemy dla sytuacji, w której reaktor pracował w stanie krytycznym dla $t \leq 0$ i została wprowadzona nagła zmiana ρ_0 dla $t > 0$

$$\left.\frac{dN}{dt}\right|_{t=0} = \left.\frac{dC}{dt}\right|_{t=0} = 0$$

stąd dla $N(0) = N_0$

$$C_0 = \frac{\beta}{\lambda\Lambda}N_0$$

Reaktor punktowy z przybliżeniem jednogrupowym

- Używamy podstawienia uniwersalnego

$$N(t) = n\exp(st),\ C(t) = c\exp(st)$$

wtedy

$$\begin{aligned} sn &= \frac{\rho-\beta}{\Lambda}n + \lambda c \\ sc &= \frac{\beta}{\Lambda}n - \lambda c \end{aligned}$$

- Dostajemy zagadnienie algebraiczne

$$\begin{pmatrix} s - \frac{\rho-\beta}{\Lambda} & \lambda \\ -\frac{\beta}{\Lambda} & s+\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

które może mieć rozwiązania tylko gdy $\det A = 0$

- Równanie kwadratowe na s

$$\Lambda s^2 + s(\lambda\Lambda - \rho_0 + \beta) - \rho_0\lambda = 0$$

stąd rozwiązania

$$s_{1,2} = \frac{1}{2\Lambda}\left[(\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda) \pm \sqrt{(\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda)^2 + 4\Lambda\lambda\rho_0}\right]$$

Reaktor punktowy z przybliżeniem jednogrupowym

- Rozwiązanie na liczbę neutronów będzie sumą rozwiązań

$$N(t) = n_1 \exp(s_1 t) + n_2 \exp(s2_t)$$

- Z warunku

$$\left.\frac{dN}{dt}\right|_{t=0} = 0$$

dostaniemy

$$n_1 = \frac{s_2}{s_2 - s_1} N_0$$
$$n_1 = \frac{-s_1}{s_2 - s_1} N_0$$

- Rozwiązania $s_{1,2}$ można też przedstawić w postaci

$$s_{1,2} = \frac{\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda}{2\Lambda}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\Lambda\lambda\rho_0}{(\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda)^2}}\right]$$

Reaktor punktowy z przybliżeniem jednogrupowym

- Jeżeli założymy, że

$$\epsilon = \frac{4\Lambda\lambda\rho_0}{(\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda)^2} \ll 1$$

  to wtedy

$$s_{1,2} = \frac{\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda}{2\Lambda}\left[1 \pm \sqrt{1+\epsilon}\right]$$

- Po rozwinięciu Taylora $\sqrt{1+\epsilon} \approx 1 + \epsilon/2$ rozwiązania będą postaci

$$s_1 = \frac{(\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda)}{\Lambda}$$
$$s_1 = \frac{\lambda\rho_0}{(\beta - \rho_0 + \lambda\Lambda)}$$

- Wartości parametrów

$$\beta = 0.0075$$
$$\lambda = 0.08 \text{ s}^{-1}$$
$$\Lambda = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Okres reaktora

- Mamy zatem rozwiązanie dla nagłej zmiany reaktywności o ρ_0 dla $t = 0$, o ile ρ_0 nie jest bliskie β

$$s_1 = \frac{\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda}{\Lambda}$$
$$s_2 = \frac{\Lambda\rho_0}{\beta - \rho_0 + \lambda\Lambda}$$

- Dla małych zmian reaktywności i $\rho \ll \beta$ wystarczy nam rozwiązanie s_2, bo rozwiązanie z $\exp(s_1 t) \to 0$
$$N(t) = N_0 \exp(s_2 t) = N_0 \exp(t/\tau)$$
- Parametr τ to okres reaktora
$$\tau = \frac{l^*}{\rho} + \frac{\bar{\beta}_{eff} - \rho}{\lambda_{eff}\,\rho}$$

Reaktywność

Jeżeli w danej generacji mamy N neutronów, to w następnej będzie ich Nk_{eff}. Zmiana ich liczby $(Nk_{eff} - N)$, wyrażona w stosunku do bieżącej nosi nazwę reaktywności

ρ

$$\rho = \frac{Nk_{eff} - N}{Nk_{eff}} = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

Reaktywność

Jeżeli w danej generacji mamy N neutronów, to w następnej będzie ich Nk_{eff}. Zmiana ich liczby $(Nk_{eff} - N)$, wyrażona w stosunku do bieżącej nosi nazwę reaktywności

ρ

$$\rho = \frac{Nk_{eff} - N}{Nk_{eff}} = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

Jest to miara odchylenia reaktora od krytyczności. Jest to wielkość bezwymiarowa, ale w literaturze można spotkać typowo

- procenty $\Delta k/k$ (0.01)
- pcm (percent milirho) $\Delta k/k$ (10^{-5})

Reaktywność

Jeżeli w danej generacji mamy N neutronów, to w następnej będzie ich Nk_{eff}. Zmiana ich liczby $(Nk_{eff} - N)$, wyrażona w stosunku do bieżącej nosi nazwę reaktywności

ρ

$$\rho = \frac{Nk_{eff} - N}{Nk_{eff}} = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

Jest to miara odchylenia reaktora od krytyczności. Jest to wielkość bezwymiarowa, ale w literaturze można spotkać typowo

- procenty $\Delta k/k$ (0.01)
- pcm (percent milirho) $\Delta k/k$ (10^{-5})

Odwrotna zależność pozwala wyznaczyć k_{eff}

$$k_{eff} = \frac{1}{1 - \rho}$$

Krytyczność natychmiastowa

- Jeżeli $\rho_0 > \beta$ to oznacza, że reaktorowi wystarczają neutrony natychmiastowe aby osiągnąć krytyczność (*prompt critical*).
- W tym przypadku dodanie będzie rozwiąznie s_1

$$s_1 = \frac{\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda}{\Lambda}$$

  (dla $\rho_0 = 0.01$, $s_1 = 25$, $\tau = 0.04$ s)
- Reaktor osiągający takie warunki ma duże prawdopodobieństwo awarii wywołanej gwałtownym skokiem mocy, która może wzrosnąć tysiące razy w ciągu sekundy.

Krytyczność natychmiastowa

- Jeżeli $\rho_0 > \beta$ to oznacza, że reaktorowi wystarczają neutrony natychmiastowe aby osigągnąć krytyczność (*prompt critical*).
- W tym przypadku dodanie będzie rozwiąznie s_1

$$s_1 = \frac{\rho_0 - \beta - \lambda\Lambda}{\Lambda}$$

  (dla $\rho_0 = 0.01$, $s_1 = 25$, $\tau = 0.04$ s)
- Reaktor osiągający takie warunki ma duże prawdopodobieństwo awarii wywołanej gwałtownym skokiem mocy, która może wzrosnąć tysiące razy w ciągu sekundy.
- Ze względu na istnotność tego warunku, czasami używane są specjalne jednostki reaktywności. Dolar ($) oznacza odpowiednik wkładu od neutronów opóźnionych ($\bar{\beta}_{eff}$). Cent (¢) to 1/100 dolara. Jeżeli reaktywność jest równa 1$, reaktor osiąga krytyczność natychmiastową. Ponieważ $\bar{\beta}_{eff}$ zmienia się w czasie i od rodzaju użytego paliwa, wartość $ również podlega zmianom.

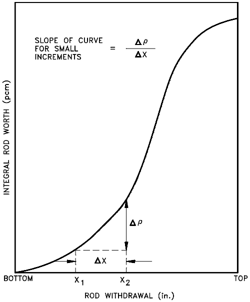
Współczynniki reaktywności

Reaktywność może zależeć od wielu różnych czynników - temperatury, ciśnienia, ustawienia paliwa, prętów, wypalenia paliwa, ilości trucizn, ...

Współczynnik proporcjonalności zmiana reaktywności po parametrze x to współczynnik reaktywności

$$\alpha_x = \frac{d\rho}{dx}$$

Przy czym zakładamy niewielkie zmiany parametru, tak, aby przybliżenie liniowe było spełnione w otoczeniu punktu zmiany.

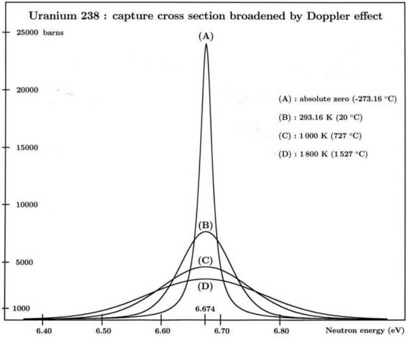


Temperaturowy współczynnik reaktywności

Reaktywność w ogólności może zależeć w skomplikowanu sposób od danego parametru. Na przykład temperatura wpływa na przekroje czynne w obszarze termicznym jak

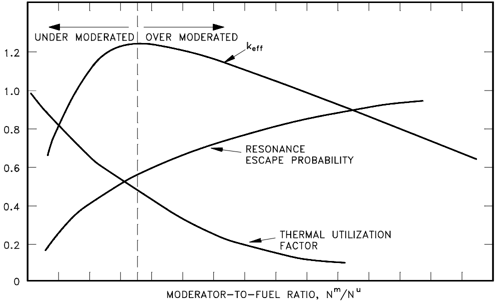
$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2}$$

a co za tym idzie zmienieniają się wszelkie makroskopowe przekroje czynne. Z drugiej strony temperatura powoduje Dopplerowskie poszerzenie rezonansów, co zwiększa prawdopodobieństwo, że neutron zostanie w nich złapany.



Stosunek moderatora do paliwa

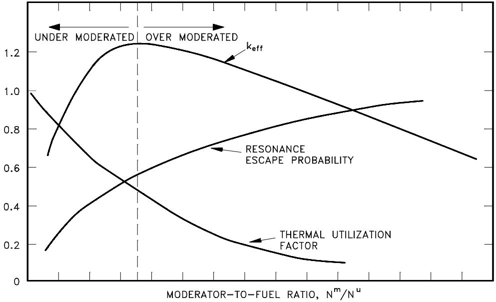
Jednym z czynników wpływających na k_{eff} (i reaktywność) jest stosunek moderatora do paliwa (N_m/N_U). Zbyt mała ilość moderatora zwiększa prawdopodobieństwo wychwytu neutronu w rezonansach oraz ucieczkę. Zbyt duża powoduje spadek współczynnika wykorzystania neutronów termicznych ze względu na absorpcję w moderatorze. Istnieje zatem optymalny stosunek moderatora do paliwa.



Pomimo tego większość reaktorów wodnych jest projektowana jako "niedomoderowane". Dlaczego?

Stosunek moderatora do paliwa

Jednym z czynników wpływających na k_{eff} (i reaktywność) jest stosunek moderatora do paliwa (N_m/N_U). Zbyt mała ilość moderatora zwiększa prawdopodobieństwo wychwytu neutronu w rezonansach oraz ucieczkę. Zbyt duża powoduje spadek współczynnika wykorzystania neutronów termicznych ze względu na absorpcję w moderatorze. Istnieje zatem optymalny stosunek moderatora do paliwa.



Pomimo tego większość reaktorów wodnych jest projektowana jako ”niedomoderowane”. Dlaczego? Wzrost temperatury moderatora (związany np. ze zwiększeniem mocy) powoduje zmniejszenie gęstości i spadek stosunku N_m/N_U. W reaktorze przemoderowanym prowadziłoby to zwiększenia k_{eff}, co daje niebezpieczne sprzężenie zwrotne.

Najważniejsze współczynniki reaktywności

- Współczynnik temperaturowy moderatora - w reaktorze niedomoderowanym jest ujemny, czyli wzrost temperatury powoduje spadek reaktywności - co daje efekt samoregulacji

Najważniejsze współczynniki reaktywności

- Współczynnik temperaturowy moderatora - w reaktorze niedomoderowanym jest ujemny, czyli wzrost temperatury powoduje spadek reaktywności - co daje efekt samoregulacji
- Współczynnik temperaturowy paliwa - czas transferu ciepła z paliwa do moderatora to sekundy, ale powstaje ono natychmiast w paliwie; dlatego jeszcze ważniejsze jest, aby współczynnik temperaturowy paliwa był ujemny. Ponieważ głównym efektem jest tu zwiększenie wychwytu neutronów na poszerzonych rezonansach (głównie ^{238}U, ^{240}Pu) nazywany jest czasem Dopplerowskim współczynnikiem paliwa

Najważniejsze współczynniki reaktywności

- Współczynnik temperaturowy moderatora - w reaktorze niedomoderowanym jest ujemny, czyli wzrost temperatury powoduje spadek reaktywności - co daje efekt samoregulacji
- Współczynnik temperaturowy paliwa - czas transferu ciepła z paliwa do moderatora to sekundy, ale powstaje ono natychmiast w paliwie; dlatego jeszcze ważniejsze jest, aby współczynnik temperaturowy paliwa był ujemny. Ponieważ głównym efektem jest tu zwiększenie wychwytu neutronów na poszerzonych rezonansach (głównie ^{238}U, ^{240}Pu) nazywany jest czasem Dopplerowskim współczynnikiem paliwa
- Współczynnik ciśnienia - zmiana ciśnienia w reaktorze wpływa przede wszystkim na zwiększenie gęstości moderatora. To w typowym reaktorze powoduje wzrost stosunku moderatora do paliwa i wzrost reaktywości. Współczynnik ten jest bardzo mały w stosunku do temperaturowego.

Najważniejsze współczynniki reaktywności

- Współczynnik temperaturowy moderatora - w reaktorze niedomoderowanym jest ujemny, czyli wzrost temperatury powoduje spadek reaktywności - co daje efekt samoregulacji
- Współczynnik temperaturowy paliwa - czas transferu ciepła z paliwa do moderatora to sekundy, ale powstaje ono natychmiast w paliwie; dlatego jeszcze ważniejsze jest, aby współczynnik temperaturowy paliwa był ujemny. Ponieważ głównym efektem jest tu zwiększenie wychwytu neutronów na poszerzonych rezonansach (głównie ^{238}U, ^{240}Pu) nazywany jest czasem Dopplerowskim współczynnikiem paliwa
- Współczynnik ciśnienia - zmiana ciśnienia w reaktorze wpływa przede wszystkim na zwiększenie gęstości moderatora. To w typowym reaktorze powoduje wzrost stosunku moderatora do paliwa i wzrost reaktywości. Współczynnik ten jest bardzo mały w stosunku do temperaturowego.
- Współczynnik próżni - w reaktorach z wrzącą wodą (przede wszystkim BWR), warunki powodują powstawanie bąbli pary wodnej, wraz ze zwiększaniem mocy ich liczba się zwiększa. Powoduje to spadek gęstości moderatora i w reaktorze niedomoderowanym, spadek reaktywności.

Zadanie

Zadanie

Przedstaw w formie wykresu zależność współczynnika reprodukcji dla neutronów termicznych od wzbogacenia paliwa, dla jednorodnego UO_2.
Narysuj reaktywności w funkcji wzbogacenia paliwa (w zakresie 2–10%) dla reaktora o parametrach (zakadamy, że nie ulegają zmianie)

- $\varepsilon = 1.04$
- $L_f = 0.87$
- $L_t = 0.86$
- $p = 0.81$
- $f = 0.81$

i sprawdź dla jakiego poziomu wzbogacenia reaktor może osiągnąć krytyczność. Które z parametrów mogą w rzeczywistości zmieniać się pod wpływem zmiany wzbogacenia paliwa?