Część VII - równanie dyfuzji

Równanie dyfuzji neutronów zależne od czasu

- Dla ośrodka rozszczepialnego, bez źródeł neutronów mamy, po wstawieniu $\Phi = v \times n$

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} = \nu \Sigma_f \Phi(r,t) - \Sigma_a \Phi(r,t) - D\Delta\Phi(r,t)$$

- Po separacji zmiennych przestrzennych i czasu

$$\Phi(r,t) = \psi(r)T(t)$$

dostajemy równanie na część zależną od czasu

$$T(t) = T(0)\exp\left(-\lambda t\right)$$

oraz od przestrzeni

$$\Delta\psi(r) = -\frac{1}{D}\left(\frac{\lambda}{v} + \nu\Sigma_f - \Sigma_a\right)\psi(r)$$

gdzie λ to pewna stała

- Wyrażenie po prawej stronie równania, przed $\psi(r)$ nazywane jest zakrzywieniem geometrycznym (*geometric buckling*) i jest zależne od geometrii układu

$$\Delta\psi(r) = -B_g^2\psi(r)$$

Równanie dyfuzji neutronów zależne od czasu (2)

- Warunek krytyczności reaktora oznacza, że rozwiązania są stacjonarne. W równaniu na część zależną od czasu istotne jest zatem tylko najmniejsze rozwiązanie λ_0 (pozostałe są większe co do modułu więc muszą zaniknać).
- Zdefinujemy zakrzywienie materiałowe *material buckling* zależne tylko od materiałów

$$B_m^2 \equiv \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D} = \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{L^2}$$

- Okazuje się, że warunek krytyczności jest tożsamy z

$$B_m^2 = B_g^2$$

- Po przekształceniach otrzymamy związek modelu dyfuzji z wzorem 4 (6) czynników

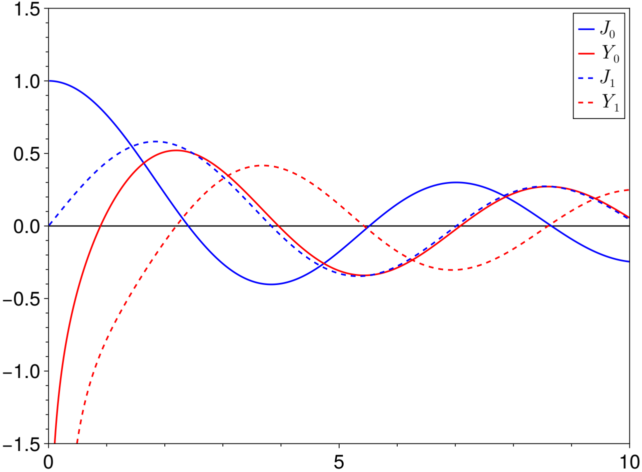
$$1 = \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{1 + L^2 B_g^2} \equiv \frac{k_\infty}{1 + L^2 B_g^2} = k_\infty P_{NL} = k$$

- Najmniejsze rozwiązanie λ_0

$$\lambda_0 = v(\Sigma_a + DB_g^2 - \nu\Sigma_f) = (\ldots) = v\Sigma_a\left(1 + L^2 B_g^2\right) \times \left(1 - \frac{\nu\Sigma_f/\Sigma_a}{1 + L^2 B_g^2}\right)$$

pierwsza część wyrażenia to odwrotność średniego czas życia neutronu do absporpcji lub ucieczki, drugi to $(1-k)$. W efekcie mamy $\lambda = \frac{1-k}{l}$ - jak wcześniej.

Funkcje Bessela normalne



Rozwiązania dla różnych geometrii

- Najmniejsze rozwiązanie (λ_0) dla poszczególnych podstawowych kształtów reaktora. Wszystkie wymiary w rozwiązaniu są w granicy ekstrapolowanej ($a' = a + \lambda_{ext}$)

Kształt	B_g^2	Φ
Tafla $(-a/2, a/2)$	$\left(\frac{\pi}{a'}\right)^2$	$\cos\left(\frac{\pi x}{a'}\right)$
Cylinder (R, H)	$\left(\frac{\nu_0}{R'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H'}\right)^2$	$J_0\left(\frac{\nu_0 r}{R'}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H'}\right)$
Sfera (R)	$\left(\frac{\pi}{R'}\right)^2$	$\frac{1}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{R'}\right)$
Prostopadłościan (a, b, c)	$\left(\frac{\pi}{a'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c'}\right)^2$	$cos\left(\frac{\pi x}{a'}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{b'}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{c'}\right)$

Problem

Na podstawie rozwiązań na B_g^2 dla różnych geometrii (cylinder, sfera, prostopadłościan) znaleźć minimalną objętość reaktora, który może osiągnąć krytyczność korzystając z parametrów modelu dyfuzji dla rzeczywistego reaktora PWR:

- $D = 1/(3\Sigma_s) = 9.2$ cm,
- $L = \sqrt{(D/\sigma_a)} = 7.7$ cm,
- $B_m^2 = 4.13 \times 10^{-4}$ cm^2.

Dla każdej geometrii policzyć stosunek maksymalnego lokalnego strumienia do średniego strumienia w całej objętości.

$$\kappa = \frac{\Phi_{max}}{\bar{\Phi}}$$