

Analiza I
Zadania, tydzień 11

11.1 Obliczyć (3 przykłady) promień zbieżności szeregu i zbadać jego zbieżność na krańcach przedziału zbieżności:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+1} x^n$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{10^n} x^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n5^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n 4^{n+1}} x^n$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n) x^n$

11.2 Podać przykład szeregu potęgowego, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, zbieżnego:

a) tylko dla $x = 0$

d) tylko w przedziale $[-a, a[$

b) tylko w przedziale $] - a, a[$

e) tylko w przedziale $] - a, a]$

c) tylko w przedziale $[-a, a]$

f) dla każdego $x \in \mathbb{R}$

11.3 Obliczyć (2 przykłady) promień zbieżności szeregów:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^{2n+1}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{2n} (3x - 4)^{2n+1}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x+2)^{3n}}{1+n^2}$

11.4 Zbadaj dziedzinę funkcji $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx}{\pi^{nx}}$.

11.5 Zbadaj zbieżność szeregu: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2+x^2}$

11.6 Korzystając z rozwinięcia $f(x) = \arctg(x)$ w szereg Taylora znaleźć sumę szeregu: $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1}$