

Analiza I

Zadania, tydzień 7

- 7.1 Wykazać, że dla dowolnego $x \in]-1, +\infty[$ spełniona jest równość:
 $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x} = \frac{\pi}{4}$.
- 7.2 Wiedząc, że $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$, wyprowadzić wzory na pochodne funkcji odwrotnych (wybrane przykłady) do x^2 , e^x , $\sin(x)$, $\operatorname{tg}(x)$, $\cosh(x)$, $\sinh(x)$, $\operatorname{tgh} x$.
- 7.3 Korzystając ze znajomości pochodnych, znaleźć funkcję pierwotną dla (wybranych przykładów) następujących funkcji (nie mamy jeszcze symbolu $\int$) x^a , $\sqrt{x}$, $\frac{1}{\sqrt{x}}$, x^2 , $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x}$, $\cos x$, $\frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{1}{1+x^2}$, $\sinh x$, $\frac{1}{\cosh(x)}$, $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$, $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.
- 7.4 Korzystając z własności pochodnych, znaleźć funkcję pierwotną dla następujących funkcji (wybrane przykłady): $f(x) = 5x^2 - 6x + 3 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}$, $f(x) = \frac{(x^2-1)^3}{x}$, $h(x) = \frac{x}{1+x^2}$,
 $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}\sqrt[3]{x^2+4}\sqrt[4]{5x^3}}{6\sqrt[3]{x}}$.
- 7.5 Korzystając ze wzoru na pochodną funkcji złożonej policzyć funkcję pierwotną dla następujących funkcji (wybrane przykłady): $f(x) = \sqrt{3x+1}$, $f(x) = \sqrt{a+bx}$, $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$,
 $f(x) = \frac{x}{3-5x^2}$, $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+1}}$, $f(x) = xe^{-x^2}$, $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$,
 $f(x) = \cos xe^{\sin x}$, $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}$, $f(x) = \frac{x^2}{\cos^2(x^3+1)}$.