Analiza III, pytania egzaminacyjne, 27.01.2020

Instrukcja obsługi

- Bardzo proszę o zgłaszanie jakichkolwiek niejasności związanych ze sformułowaniem pytań.
- W przypadku trudności związanych ze znalezieniem przykładów (lub dowodów), podajemy te, które pojawiły się na wykładzie. Jeżeli dowodu nie było, nie musimy go podawać.
- Na egzaminie ustnym losujemy po jednym pytaniu z każdej z trzech grup. Pełna odpowiedź na wszystkie pytania kończy się oceną bardzo dobrą, brak odpowiedzi na dane pytanie obniża ocenę o stopień. Odpowiedź pełna to taka, w której pojawią się dowody twierdzeń, o ile pytanie tego dotyczy. Odpowiedź nie zawierająca dowodu traktowana jest jako połowa poprawnej - stąd na ocenę wyższą niż dostateczna plus należy znać dowody przedstawianych twierdzeń.
- Umiejętność przedstawienia idei (zarysu) dowodu, jest rzeczą ważną i pozwala na podniesienie oceny.
- Punktem wyjścia do oceny końcowej jest średnia ocen z egzaminu pisemnego i ustnego. Egzaminujący rezerwuje sobie prawo do podniesienia tejże o $\pm\epsilon$.

Grupa I

1. Iloczyn wewnętrzny. Zbiory ściągalne. Lemat Poincaré, przykłady form zamkniętych a niezupełnych.
2. Orientacja, całkowanie form różniczkowych, twierdzenie Stokesa. Twierdzenie Stokesa a całki z $\operatorname{rot} A$, $\operatorname{div} A$, $\operatorname{grad} f$ dla rozmaitości z $\mathbb{R}^3$.
3. Objętość rozmaitości (wzór na długość łuku, pole powierzchni itp.). Twierdzenie Stokesa a całki z $\operatorname{rot} A$, $\operatorname{div} A$, $\operatorname{grad} f$ dla rozmaitości z $\mathbb{R}^3$

Grupa II

1. Funkcje holomorficzne, równania Cauchy-Riemanna, różniczkowalność w sensie zespolonym.

$2, 3$ Twierdzenie Cauchy. Wzór Cauchy. Twierdzenie Liouville'a. Zasadnicze twierdzenie algebry.

4. Zera funkcji holomorficznej, rozwinięcie funkcji holomorficznej w szereg potęgowy. Przedłużenie analityczne.

$5, 6, 7$ Funkcje holomorficzne w pierścieniu. Szereg Laurenta. Przedłużenie analityczne.

8. Klasyfikacja punktów izolowanych. Twierdzenie o residuach. Residuum w nieskończonosci.
9. Lemat Jordana. Residuum w nieskończoności. Przedłużenie analityczne.
10. Twierdzenie Weierstrassa. Twierdzenie Rouché i konsekwencje. Zasadnicze twierdzenie algebry.
11. Wzór na sumowanie szeregów potęgowych.
12. Przekształcenie konforemne. Krzywizna. Przykład zastosowania twierdzenia Kasnera-Arnolda.

Grupa III

1. Transformata Fouriera funkcji całkowalnych. Własności. Transformata odwrotna. Splot.

$2, 3.$ Równanie przewodnictwa.

$4, 5.$ Wzór Plancherela. Nierówność Heisenberga.

6. Dystrybucje. Definicje, podstawowe własności, przykłady. Równanie dystrybucyjne $xT = 0$. Wzór sumacyjny Poissona

$7, 8.$ Wzór Greena. $\Delta \frac{1}{r}$.

$9, 10.$ Równanie dystrybucyjne $xT = 0$. Dystrybucje temperowane. Transformata Fouriera dystrybucji - podstawowe własności i przykłady ($\hat{1}$, $\hat{\delta}$).

$11, 12.$ Twierdzenie o próbkowaniu Shannona.