

1 MARCA 2019

ZADANIE 1

OZNACZMY $f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $f_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. SPRAWDZIĆ, ZE (f_1, f_2, f_3)

JEST BAZA, W $\mathbb{R}^3$. ZNALEŹĆ BAZE, $(\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3)$ DUALNA, DO (f_1, f_2, f_3) . ZNALEŹĆ WSPÓŁRZĘDNE WEKTORA $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ I FORMY $f = [1 \ 3 \ 2]$ W ODPWIEDNICH BAZACH.

ZADANIE 2

NIECH $V = K_n[t]$ WYKAZAĆ, ZE JEŚLI $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$ SA, PARAMI RÓŻNE TO FORMY LINIOWE $\varphi_i \in V^*$ $\varphi_i(\omega) = \omega(\lambda_i)$ SA, LINIOWO NIEZALEŻNE.

ZADANIE 3

NIECH $V = \mathbb{R}_n[t]$. OZNACZAMY $\alpha^i(v) = v^{(i)}(0)$, $\beta^i(v) = \int_0^1 v(t) dt$. WYKAZAĆ, ZE $(\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^n)$ I $(\beta^1, \dots, \beta^{n+1})$ SA, BAZAMI W V^* .

ZADANIE 4

NIECH $U \subset V$ BĘDĄ, PODPRZESTRZENIAMI WEKTOROWYMI ANIHILATOREM PODPRZESTRZENIA U NAZYWAMY ZBIÓR

$$U^0 = \{ \varphi \in V^* : \forall u \in U \langle \varphi, u \rangle = 0 \}$$

WYKAZAĆ, ZE $(u_1 + u_2)^0 = u_1^0 \cap u_2^0$, $(u_1 \cap u_2)^0 = u_1^0 + u_2^0$

ZADANIE 5

NIECH $V = K^3$, $\varphi_k(x) = x_1 + x_2 + x_3 - 2kx_k$. SPRAWDZIĆ, ZE $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ JEST BAZA, W V^* . ZNALEŹĆ MACIERZ F^* W TEJ BAZIE, JEŚLI $F\left(\begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x^2 \\ x^3 \\ x^1 \end{bmatrix}$

ZADANIE 6

DLA $w \in V$ I $\varphi \in V^*$ DEFINIUJEMY OPERATOR $w \otimes \varphi \in \text{End}(V)$

WZOREM
$$w \otimes \varphi(v) = \varphi(v) \cdot w$$

WYKAZAĆ, ZE

(1)
$$\text{tr}(w \otimes \varphi \circ F) = \langle \phi, F(w) \rangle$$

(2) $\mathbb{1}_V - w \otimes \varphi$ NIE JEST ODWRACALNY WTEDY I TYLKO
WTEDY GDY $\langle \varphi, w \rangle = 1$