

8 MARCA

ZADANIE 5

NIECH $V = \mathbb{K}^3$, $\varphi_k(x) = x_1 + x_2 + x_3 - 2kx_k$. SPRAWDZIĆ, ZE $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ JEST BAZA, W V^* . ZNALEZĆ MACIERZ F^* W TEJ BAZIE, JEŚLI $F\left(\begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x^2 \\ x^3 \\ x^1 \end{bmatrix}$

ZADANIE 6

DLA $w \in V$ I $\varphi \in V^*$ DEFINIUJEMY OPERATOR $w \otimes \varphi \in \text{End}(V)$ WZOREM $w \otimes \varphi(v) = \varphi(v) \cdot w$

WYKAZAĆ, ZE

$$(1) \text{tr}((w \otimes \varphi) \circ F) = \langle \varphi, F(w) \rangle$$

(2) $\mathbb{1}_V - w \otimes \varphi$ NIE JEST ODWRACALNY WTEDY I TYLKO WTEDY GDY $\langle \varphi, w \rangle = 1$

ZADANIE 7

DANA JEST BAZA e W PRZESTRZENI $\mathbb{R}^3$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, e_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(1) ZNALEZĆ MACIERZ RZUTU NA $\langle e_1 \rangle$ WZDŁUŻ $\langle e_2, e_3 \rangle$

(2) ZNALEZĆ MACIERZ RZUTU NA $\langle e_1, e_2 \rangle$ WZDŁUŻ $\langle e_3 \rangle$

KORZYSTAJĄC Z BAZY e I BAZY DUALNEJ e^* ZNALEZĆ MACIERZ $[F]_{e^*}^e$ ODWZOROWANIA F TAKIEGO, ZE

$$[F]_{e^*}^e = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ZADANIE 8

$P_1, P_2 \in \text{End}(V)$ SA RZUTAMI. UDOWODNIĆ ZE

$$P_1 + P_2 \text{ JEST RZUTEM} \Leftrightarrow P_1 P_2 = 0 \text{ i } P_2 P_1 = 0$$

ZADANIE 9

$V = \mathbb{R}_n[t]$, $n \geq 3$ SPRAWDZIĆ, ZE $P \in \text{End}(V)$

$$(P\sigma)(t) = \sigma(5) + (t-5)\sigma'(5) + \frac{1}{2}(t-5)^2\sigma''(5)$$

JEST RZUTEM. ZNALEŹĆ V_0 I V_1 TAKIE, ZE

P JEST RZUTEM NA V_1 WZDŁUŻ V_0