ĆWICZENIA 9

ZADANIE 1

Wektory e_1, e_2, e_3, e_4 tworzą bazę ortonormalną przestrzeni euklidesowej lub unitarnej V. Sprawdzić, że $v_1 \perp v_2$ oraz dopełnić parę v_1, v_2 do bazy ortogonalnej w V.

(a) $v_1 = e_1 - 2e_2 + 2e_3 - 3e_4$

$v_2 = 2e_1 - 3e_2 + 2e_3 + 4e_4$

(b) $v_1 = e_1 + e_2 + e_3 + 3i\, e_4$

$v_2 = e_1 + 2e_2 + 3e_3 - 2i e_4$

ZADANIE 2

Określmy iloczyn skalarny w $\mathbb{R}_4[\,]$ wzorem $(v|w) = \int_{-1}^{1} v(t)w(t)\,dt$

Znaleźć rzut prostopadły na przestrzeń $\mathbb{R}_3[\,]$ wektora $v_0(t) = t^4$.

ZADANIE 3

Niech $(\cdot|\cdot)$ będzie iloczynem skalarnym w przestrzeni wektorowej V nad $\mathbb{R}$ lub $\mathbb{C}$. Dla ustalonego $u \in V$ i $c \in \mathbb{R}(\mathbb{C})$ definiujemy

$H = \{ v \in V : (u|v) = c \}$

Dowieść, że $\inf_{v \in H} (v|v) = (\bar{v}|\bar{v})$ gdzie $\bar{v} = c\dfrac{u}{(u|u)}$.

ZADANIE 4

Znaleźć odległość prostych L_1 i L_2 w $\mathbb{R}^3$

$L_1 = \{ (x,y,z) : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1} \}$ $\quad L_2 = \{ (x,y,z : 2x + z = 5 \text{ i } x + y = 3 \}$.

ZADANIE 5

$a = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $d = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ $e = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ Obliczyć objętość bryły $T_1 \cup T_2$ jeśli T_1 jest czworościanem o wierzchołkach a,b,c,d a T_2 czworościanem o wierzchołkach $a\,b\,c\,e$.