

ALgebra IIR, ćwiczenia 12
7 czerwca 2019

Zadanie 1. Znaleźć rozkład biegunowy (postaci $F = US$, gdzie $U^{-1} = U^\dagger$, $S = S^\dagger > 0$) oraz normę operatora F , gdzie:

(a) $F := \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$; (b) $F := \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 11 & 2 \end{bmatrix}$; (c) $F := \begin{bmatrix} 12 & 6i \\ i & 12 \end{bmatrix}$.

Zadanie 2. Znaleźć wartości własne i wektory własne „trójpasmowej” macierzy

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}_n^n.$$

Wykazać, że $\mathbb{C}^n$ ma ortonormalną bazę złożoną z wektorów własnych A .

Zadanie 3. Określić typ kwadryki w $\mathbb{R}^3$ o równaniu

$$2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 4xy - 4yz - 2xz - 2x + 4y + 10z = 7.$$

Znaleźć prostokątny układ współrzędnych afinicznych w $\mathbb{R}^3$ w których ta kwadryka ma postać kanoniczną.