

ZADANIE DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA: Obliczyć granice ciągów

$$x_n = \frac{3n-2}{2n+1} \quad y_n = \frac{3n^3+4n+5}{5n^3+6n^2+7} \quad z_n = \sqrt{2n^2+3n+1} - \sqrt{2n^2-3n+1}$$

WSPÓLNIE WYKAZEMY $\sqrt[n]{a} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$ $\sqrt[n]{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$

PO JEDNYM CIĄGU DLA KAŻDEGO: Zbadać zbieżność i ewentualnie obliczyć granice następujących ciągów

(a) $\sqrt[100]{n^{100} + n^{99}} - n$

(b) $n \left(n + 4\sqrt{n^2 + n} - 2\sqrt{n^2 - n} - 3\sqrt{n^2 + 2n} \right)$

(c) $\sqrt{n^2 + \sqrt{n^3 + \sqrt{n^5}}} - \sqrt{n^2 + \sqrt{n^3}}$

(d) $n^2 \left[\left(1 + \frac{p}{n}\right)^q - \left(1 + \frac{q}{n}\right)^p \right] \quad p, q \in \mathbb{N}$

(e) $\sqrt[n]{5a^{2n} + 4a^n + 3} \quad a > 0$

(f) $\sqrt[n]{(3+x)^n + (1-x)^n} \quad x \in \mathbb{R}$

(g) $\sin(\pi \sqrt{n^2 + 1})$

(l) $\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 3}$

(h) $\cos\left(\frac{\pi n^2}{m+3}\right)$

(m) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ (bez granicy)

(i) $\frac{n^2}{2^n}$

(j) $\frac{n^n}{n!}$

(k) $\frac{n \cdot 3^n + 2n^2 - 5}{n! + 1}$