

ANALIZA I R 2019/2020

Spis pojęć i twierdzeń obowiązujących na egzaminie ustnym

Zagadnienia wstępne, elementy teorii mnogości.

Pojęcia: zbiór, element zbioru, podzbiór, zbiór podzbiorów, iloczyn kartezjański, relacja, odwzorowanie, dziedzina odwzorowania, obraz zbioru względem odwzorowania, przeciwobraz zbioru względem odwzorowania, poziomica odwzorowania, surjekcja, injekcja, bijekcja, równoliczność zbiorów, zbiór skończony, zbiór nieskończony, zbiór przeliczalny, zbiór nieprzeliczalny, relacja równoważności, klasa abstrakcji, zasada indukcji, zasada minimum.

Stwierdzenia i twierdzenia: nieprzeliczność $\mathbb{R}$ z dowodem, twierdzenie Cantora z dowodem.

Liczby rzeczywiste

Pojęcia: ciało, aksjomat Archimedesesa, aksjomat zupełności, częściowy porządek, liniowy porządek, zbiór ograniczony, kres górny, kres dolny

Stwierdzenia i twierdzenia: twierdzenie o istnieniu kresów z dowodem

Ciągi liczbowe

Pojęcia: ciąg liczbowy, ciąg ograniczony, ciąg monotoniczny, rosnący, malejący, granica ciągu, ciąg zbieżny, podciąg, punkt skupienia ciągu, granica górna, granica dolna, liczba e

Stwierdzenia i twierdzenia: (wszystkie z dowodami) jednoznaczność granicy, twierdzenie o ciągach zbieżnych i ograniczonych, twierdzenie o trzech ciągach, operacje na ciągach zbieżnych, granica dolna/górna jest kresem dolnym/górnym zbioru punktów skupienia, twierdzenie Stolza,

Szeregi liczbowe

Pojęcia: szereg liczbowy, zbieżność szeregu liczbowego, zbieżność bezwzględna, szereg geometryczny, szereg harmoniczny, szereg anharmoniczny, różne koncepcje iloczynu szeregów

Stwierdzenia i twierdzenia: (z dowodami) kryteria zbieżności szeregów liczbowych: porównawcze (pierwsze, drugie i trzecie), kryteria Cauchy'ego i d'Alemberta, lemat o zagęszczaniu, kryterium całkowite, kryteria Leibniza, Dirichleta i Abela, twierdzenie Riemanna

Elementy topologii metrycznej

Pojęcia: metryka, przestrzeń metryczna, kula otwarta, zbiór otwarty, zbiór domknięty, zbiór zwarty, zbiór spójny, odwzorowanie ciągłe, topologia, zbieżność w przestrzeni metrycznej, punkt wewnętrzny, punkt brzegowy, punkt skupienia zbioru, operacja domknięcia, operacja wnętrza, zbiór łukowo spójny, zbiór ciągowo zwarty

Stwierdzenia i twierdzenia: (wszystkie z dowodami) różne fakty dotyczące własności zbiorów otwartych, domkniętych, zwartych i spójnych oraz relacji zbiorów otwartych, domkniętych, zwartych spójnych z ciągłością odwzorowań, ciągłość metryki, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa (zwartość odcinka domkniętego),

Różniczkowanie funkcji jednej zmiennej

Data: 30 grudnia 2019 r.

Pojęcia: pochodna w punkcie, funkcja pochodna, wyższe pochodne, wzór Taylora, reszta we wzorze Taylora w różnych postaciach, funkcja pierwotna, metody znajdowania funkcji pierwotnych, funkcja wypukła, różniczkowe kryterium wypukłości

Stwierdzenia i twierdzenia: (wszystkie z dowodami) podstawowe reguły różniczkowania, ekstremum, minimum, maksimum, punkt krytyczny, twierdzenie Rolle'a, twierdzenie Lagrange'a, Cauchy'ego, warunek konieczny istnienia ekstremum, własność Darboux dla pochodnych, reguła de l'Hospitala, twierdzenie Taylora, warunek dostateczny istnienia ekstremum

Całka Riemanna

Pojęcia: podział odcinka, suma górna, suma dolna, całka górna, całka dolna, całka w sensie Riemanna, funkcje całkowalne w sensie Riemanna, niewłaściwa całka Riemanna, funkcje całkowalne bezwzględnie,

Stwierdzenia i twierdzenia: (z dowodami) kryterium całkowalności, podstawowe własności całki Riemanna, podstawowe twierdzenie rachunku różniczkowego i całkowego, całkowanie przez podstawienie, całkowanie przez części, funkcja logarytm i własności, kryteria zbieżności całki niewłaściwej: porównawcze, Abela, Dirichleta,

Ciągi i szeregi funkcyjne, w tym potęgowe

Pojęcia: zbieżność punktowa, zbieżność jednostajna i niemal jednostajna, promień zbieżności, rozwinięcia funkcji elementarnych

Stwierdzenia i twierdzenia: twierdzenia dotyczące ciągłości granicy ciągu funkcyjnego, różniczkowalności granicy i całkowalności granicy, twierdzenie Diniego, kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej, twierdzenie Stona-Weierstrassa, twierdzenie Abela