

# Pierwiastek n-tego stopnia z n- nierówność między średnimi

Oskar Grocholski

Szacujemy  $\sqrt[n]{n}$  z dołu za pomocą średniej harmoniczej:

$$\sqrt[n]{n \times 1^{n-1}} \geq \frac{n}{\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \dots + \frac{1}{1} + \frac{1}{n}} = \frac{n}{n - 1 + \frac{1}{n}}$$

Szacowanie z góry przeprowadzamy za pomocą średniej arytmetycznej:

$$\sqrt[n]{\sqrt{n} \times \sqrt{n} \times 1^{n-2}} \leq \frac{2\sqrt{n} + n - 2}{n}$$

Granice skrajnych wyrazów łatwo jest obliczyć:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n - 1 + \frac{1}{n}} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{n} + n - 2}{n} = 1$$

Stąd od razu dostajemy żadaną tezę:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$