

## FAQ ANALIZA R<sup>©</sup>

*Spis pojęć i twierdzeń obowiązujących na egzaminie ustnym  
(wszystkie twierdzenia i stwierdzenia z dowodami, chyba, że zaznaczono inaczej)*

### **Szeregi potęgowe**

*Pojęcia:* promień zbieżności, rozwinięcia funkcji elementarnych

*Stwierdzenia i twierdzenia:* (z dowodami) o jednostajnej zbieżności szeregu potęgowego wewnątrz promienia zbieżności, ciągłość i różniczkowalność szeregów potęgowych, twierdzenie Abela

### **Przestrzenie wektorowe z normą, przestrzenie Banacha**

*Pojęcia:* norma w przestrzeni wektorowej, równoważność norm, odwzorowania liniowe ciągłe, norma operatora,

*Stwierdzenia i twierdzenia:* ciągłość operacji wektorowych, ciągłość normy, o równoważności norm w skończeniowym wymiarach przestrzeni wektorowych, o ciągłości odwzorowań liniowych,

### **Różniczkownie w przestrzeniach Banacha**

*Pojęcia:* mocna pochodna odwzorowania, pochodna kierunkowa, słaba pochodna, pochodna w kierunku podprzestrzeni, pochodna cząstkowa, wyższe pochodne, punkt krytyczny, ekstremum

*Stwierdzenia i twierdzenia:* podstawowe prawa różniczkowania, o różniczkowności w sposób ciągły, o wartości średniej (idea dowodu), o symetrii drugiej pochodnej (dowód w  $\mathbb{R}^n$ ), warunek konieczny istnienia ekstremum, wzór Taylora, warunek dostateczny istnienia ekstremum,

### **Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego w przestrzeniach Banacha**

*Pojęcia:* dyfeomorfizm, lokalny dyfeomorfizm, układ współrzędnych, gradient, powierzchnia zanurzona, przestrzeń styczna do powierzchni, ekstremum funkcji na powierzchni

*Stwierdzenia i twierdzenia:* Twierdzenie o Lokalnej Odwracalności (idea dowodu), twierdzenie o punkcie stałym odwzorowania zbijającego, o ciągłości odwzorowania liniowego odwrotnego, Twierdzenie o Funkcjach Uwikłanych, twierdzenie o maksymalnym rzędzie, o zadawaniu powierzchni za pomocą parametryzacji, o mnożnikach Lagrange'a

### **Równania różniczkowe zwyczajne**

*Pojęcia:* zagadnienie Cauchy'ego, równania różniczkowe liniowe jednorodne, niejednorodne, rezolwenta, wrońskian

*Stwierdzenia i twierdzenia:* o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania (idea dowodu), o ciągłej zależności od parametrów i warunków początkowych, własności rezolwenty, wzór Liouville'a

### **Całka Riemanna z parametrem**

*Pojęcia:* definicja całki z parametrem, niewłaściwa całka z parametrem, zbieżność jednostajna całki z parametrem, kryteria zbieżności jednostajnej

*Stwierdzenia i twierdzenia:* o ciągłości i różniczkowalności „zwartej” całki z parametrem, twierdzenia o ciągłości i różniczkowalności „niezwartej” całki z parametrem

**Całka Riemanna na  $\mathbb{R}^n$** 

*Pojęcia:* suma górna, suma dolna, suma wypunktowana, zbiory miary Lebesgue'a zero, zbiory mierzalne w sensie Jordana, całka niewłaściwa

*Stwierdzenia i twierdzenia:* o równoważności definicji przez sumy dolne/górne i przez sumy wypunktowane, własności zbiorów miary zero, twierdzenie Lebesgue'a o całkowalności w sensie Riemanna, Twierdzenie Fubiniego, twierdzenie o zamianie zmiennych (idea dowodu)