

Analiza IIR 2016/2017
egzamin przykładowy

Zadanie 1. Wyznaczyć środek ciężkości jednorodnej bryły B utworzonej przez obracający się wokół osi Oz płaski obszar

$$K = \{(x, z) : 1 \leq xz \leq 2, \frac{x}{4} \leq z \leq 4x\}.$$

Zadanie 2. Rozwiązać zagadnienie początkowe

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 3. Obliczyć całkę

$$F(p) = \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2} e^{-px} dx$$

dla $p > 0$. Sprawdzić następnie, czy

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx = \lim_{p \rightarrow 0^+} F(p).$$

Zadanie 4. Niech będą dane $a, b, c \in \mathbb{R}$, przy czym $2c > \sqrt{a^2 + b^2} > 0$. Stosując metodę mnożników Lagranża znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x, y, z) = ax + by + cz$ na zbiorze $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$. Zbadać typ jednego z punktów krytycznych, badając pochodne rzędu 2.