# FAQ - Analiza R 2016/2017

~~Trzecie~~ kolokwium przykładowe

Czwarte

**Zadanie 1. (Egzamin, 1993)** Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $f$ na zbiorze $K$:

$$f(x,y,z) = x(5y+9z), \qquad K = \{(x,y,z) : 2x^2 + 5y^2 + 3z^2 \le 64\}.$$

**Zadanie 2. (Egzamin, 1993)** Rozwiązać równanie

$$(cy - bz)\frac{\partial z}{\partial x} + (az - cx)\frac{\partial z}{\partial y} = bx - ay$$

wyrażając je w nowych współrzędnych $u = ax + by + cz$, $v = xy$, $w = x^2 + y^2 + z^2$, przy ustalonych $a, b, c \in \mathbb{R}$ nie równych jednocześnie $0$. Jako nową zmienną zależną należy użyć $w$, a jako nowe zmienne niezależne $u$ i $v$.

**Zadanie 3.** Sprawdzić, że jeśli $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}$ jest otoczeniem $0$ a $f : \mathcal{O} \to \mathbb{R}$ funkcją różniczkowalną to równanie

$$z = f(xe^z - ye^{-z})$$

określa w sposób uwikłany funkcję $(x,y) \longmapsto z(x,y)$ na otoczeniu punktu $(0,0) \in \mathbb{R}^2$ spełniającą równanie

$$\frac{\partial z}{\partial x} + e^{2z}\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

**Zadanie 4.** Niech $\mathcal{J}_\varphi$ będzie otwartym odcinkiem w $\mathbb{R}^3$ o końcach

$$a_\varphi = (\cos(\varphi), \sin(\varphi), \varphi + 1), \quad b_\varphi = (-\cos(\varphi), -\sin(\varphi), \varphi - 1).$$

Dowieść, że zbiór $\bigcup_{\varphi \in \mathbb{R}} \mathcal{J}_\varphi$ jest gładką powierzchnią w $\mathbb{R}^3$. Znaleźć przykładową parametryzację tej powierzchni i opisać przestrzeń styczną $\mathsf{T}_p S$ dla $p = (0,0,0)$.