

Analiza IR 2016/2017
drugie kolokwium przykładowe

Zadanie 1. Zbadać przebieg zmienności funkcji f i naszkicować jej wykres. Badanie przebiegu zmienności funkcji obejmuje określenie dziedziny, granice, asymptoty, pierwszą pochodną i monotoniczność, ekstrema, drugą pochodną i wypukłość, punkty przegięcia.

$$f(x) = (x + 1) \exp\left(\frac{1}{x - 1}\right).$$

Zadanie 2. Dowolną metodą wyznaczyć następującą granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1) - e^{\sin(x)} + 1}{\sin(x) \sin\left(\frac{x}{2}\right) \sin\left(\frac{x}{3}\right) \sin\left(\frac{x}{4}\right)}.$$

Zadanie 3. Niech X oznacza zbiór funkcji rzeczywistych, ciągłych, określonych na odcinku $[0, 1]$. W zbiorze tym definiujemy metrykę wzorem

$$d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)|, x \in [0, 1]\}.$$

Zbadać, czy podzbiór

$$Z = \{f \in X : f(0)f(1) < 0\}$$

jest otwarty, domknięty, zwarty, spójny w (X, d) .

Zadanie 4. Znaleźć funkcje pierwotne

$$\int (\arcsin(x))^2 dx \quad \int \frac{t^2 dx}{(t^2 + t + 1)^2},$$

obliczyć całkę

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x dx}{1 + \sin^2 x}$$