

FAQ - Analiza R 2016/2017  
Trzecie kolokwium przykładowe

**Zadanie 1.** Rozwinąć w szereg potęgowy wokół  $x_0 = 0$  funkcję

$$f(x) = \frac{1}{2} \log^2(1-x).$$

Znaleźć promień zbieżności tego szeregu.

**Zadanie 2.** Czy przedstawiony poniżej rachunek jest poprawny? Odpowiedź uzasadnić.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{(x + n - 1)^2 + n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + n} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2$$

**Zadanie 3.** Niech  $X$  będzie przestrzenią ograniczonych ciągów liczbowych z normą supremum, tzn  $X = \{c : \sup_{n \in \mathbb{N}} |c_n| < \infty\}$ ,  $\|c\| = \sup_{n \in \mathbb{N}} |c_n|$ . Definiujemy odwzorowanie  $F : X \rightarrow X$  wzorem  $(F(c))_k = (c_k)^2 - (c_{k+1})^2$ . Czy odwzorowanie to jest różniczkowalne? Jeśli tak, wyznaczyć pochodną.

**Zadanie 4.** W obszarze  $\mathcal{U} = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$  wprowadzamy współrzędne  $u = \sqrt{xy}$ ,  $v = \frac{x}{y}$ . Zapisać w tych współrzędnych równanie

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

Rozwiązać to równanie.