

ZAGADNIENIA EGZAMINACYJNE Z ANALIZY II R, 2015/2016

1. Wektorowa przestrzeń unormowana, przestrzeń Banacha, przykłady skończenie i nieskończenie wymiarowe. Co to znaczy, że topologia jest zgodna ze strukturą wektorową?
2. Przedyskutować kwestie równoważności norm, równoważności metryk i równości topologii. Jaki to wszystko ma ze sobą związek?
3. Skończenie wymiarowe przestrzenie unormowane. Równoważność norm w tym przypadku. Jakies przykłady, jakiś dowód.
4. Odwzorowanie liniowe na przestrzeni unormowanej, ciągłość, norma odwzorowania.
5. Różniczkowanie w przestrzeniach Banacha. Pochodna mocna, pochodna słaba, pochodna cząstkowa, pochodna kierunkowa. Przykłady skończenie i nieskończenie wymiarowe. Twierdzenie o wartości średniej. Odwzorowanie słabo różniczkowalne z ciągłą słabą pochodną jest różniczkowalne - dowód.
6. Odwzorowania wieloliniowe i wszystko co o nich można wiedzieć w sprawach algebraicznych i analitycznych. Ciągłość odwzorowań wieloliniowych. Norma. Formy dwuliniowe i formy kwadratowe. Sygnatura formy kwadratowej. Metody wyznaczania sygnatury.
7. Wzór Taylora i ekstrema funkcji wielu zmiennych. Przykłady.
8. Twierdzenie o lokalnej odwracalności i idea dowodu. Twierdzenie o funkcji uwikłanej i idea dowodu.
9. Ekstrema funkcji zadanych w sposób niejawni. Wyprowadzenie wzorów na pierwszą i drugą pochodną w punkcie krytycznym.
10. Krzywoliniowe układy współrzędnych w przestrzeni afinicznej. Definicja, przykłady. Zamiana zmiennych w wyrażeniach różniczkowych.
11. Definicja powierzchni. Jak sprawdzić, że dany zbiór jest powierzchnią - odpowiednie twierdzenia.
12. Przestrzeń styczna do przestrzeni afinicznej. Przestrzeń styczna do powierzchni. Odwzorowanie styczne.
13. Ekstrema funkcji na powierzchni. Metoda Lagrange'a. Druga pochodna.
14. Równania różniczkowe zwyczajne rzędu 1 - definicja, przykłady, zagadnienie Cauchy'ego, Twierdzenie Cauchy'ego o istnieniu i jednoznaczności - dowód. Zależność rozwiązania od warunków początkowych.
15. Teoria równań różniczkowych liniowych rzędu pierwszego. Przykład równania o stałych współczynnikach. Umiennianie stałej.
16. Metody wyznaczania wartości funkcji $\exp$ argumentu macierzowego.
17. Równania liniowe wyższych rzędów o stałych współczynnikach, jednorodne i niejednorodne.
18. Równania liniowe wyższych rzędów o zmiennych współczynnikach. Wrońskian. Wzór Liouville'a.
19. Całki z parametrem wersja dla całki właściwej. Całki z parametrem wersja dla całki niewłaściwej, jednostajna zbieżność, kryteria jednostajnej zbieżności.
20. Całka Riemanna po kostce. Definicja poprzez sumy dolne i górne oraz poprzez sumy wypunktowane.

- 21.** Zbiory mierzalne w sensie Jordana. Zbiory miary Lesbeque'a zero.
- 22.** Twierdzenie Fubniego.
- 23.** Zamiana zmiennych w całce Riemanna na $\mathbb{R}^n$.
- 24.** Niewłaściwa całka Riemanna $\mathbb{R}^n$.
- 25.** Konstrukcja miary Lesbeque'a