

Całki i szeregi

1. Obliczyć całki:

a) $\int \sqrt{x\sqrt{x}\sqrt{x}} dx$

d) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} dx$

g) $\int \cos(\ln x) dx$

b) $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{2+e^{3x}}} dx$

e) $\int \arccos^2 x dx$

h) $\int \frac{\arccos x}{\sqrt{x+1}} dx$

c) $\int e^{\sqrt{x}} dx$

f) $\int x \sin^2 x dx$

i) $\int (x+2) \sin(x^2+4x+3) dx$

2. Obliczyć całki:

a) $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$

d) $\int \frac{1+\operatorname{tg} x}{\cos x} dx$

g) $\int \frac{1+\sin x}{1+\cos x} dx$

b) $\int \frac{1}{\sin x + \operatorname{tg} x} dx$

e) $\int \frac{1}{1+2\cos^2 x} dx$

h) $\int \frac{1}{3\sin x + 4\cos x + 5} dx$

c) $\int \frac{1}{1-\operatorname{tg} x} dx$

f) $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^3 x} dx$

i) $\int \sin x \sin 3x dx$

3. Obliczyć całki:

a) $\int (2-3x)^8 dx$

d) $\int \frac{x^2}{(2+x)^3} dx$

g) $\int \frac{3x^2+2x+1}{(x^2+1)^2} dx$

b) $\int \frac{x^3}{(x-1)^9} dx$

e) $\int \frac{3x}{(x^2+1)^4} dx$

h) $\int \frac{x^3+5x}{(x^2+4)^2} dx$

c) $\int \frac{x^4+1}{x^4-1} dx$

f) $\int \frac{1}{x^3(x+1)} dx$

i) $\int \frac{2x+18}{x^3+6x^2+18x} dx$

4. Obliczyć całki:

a) $\int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x} dx$

d) $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

g) $\int x\sqrt{2x^2+7} dx$

b) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} dx$

e) $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{2+x}{x-4}} dx$

h) $\int \frac{x}{\sqrt{(2+x)^3}} dx$

c) $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$

f) $\int \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} dx$

i) $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3} dx$

5. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi:

a) $y = x^2, \quad y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 3x$

b) $y = e^{3x}, \quad y = e^{-x}, \quad y = \sqrt{e}$

c) $y^2 = -x, \quad y = x+6$

d) $y = \arccos x, \quad y = \arcsin x$ oraz osią Ox

6. Zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{2}{n} \operatorname{tg} \frac{5}{n}$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\arccos \left(\cos \frac{1}{n} \right) \right]^{2n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n (n!)^2 \sin \frac{1}{n}}{n^{2n-1}}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{n}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\arcsin n)^n}{2^n}$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$