



1096
1099
1117
1122
1142

VIII

*
2

1076

Пусть X, Y - банаховы КН-
пр-ва, являющиеся фун-
даментальными в $S[0,1]$,

$K(s,t)$ измерима на
квадрате $[0,1] \times [0,1]$ и
для любого $x \in X$

$$Ax = \int_0^1 K(s,t) x(t) dt \in Y,$$

хотя не предполагается, что

$$\int_0^1 |K(s,t)| |x(t)| dt \in Y,$$

т.е. не предполагается,

что $A \in H_2(X \rightarrow Y)$.

Вопросы:

1) Будет ли $A: X'' \rightarrow Y''$?

2) Как это связано
с оператором $A^{**}: X^{**} \rightarrow Y^{**}$?

1077

Пусть X - сначала KN -пр-во,
абстрактным элементом
в $SLO, 1J$.

Будет ли $\tilde{X}$ счётного типа?
В.А. Тейлер построил пример,
показывающий, что это,
вообще говоря, не верно.

Гипотеза 1

Если норма в X полунорм-
ирована, то $\tilde{X}$ - счётного
типа.

Гипотеза 2

Если норма в X полунорм-
ирована и монотонно
полна, то $\tilde{X}$ - счётного
типа.

1078

Пусть X - K -пр-во (KN -пр-во,
и.т.д.),

$\tilde{X}^d$ - дизъюнктное допони-
ние $\tilde{X}$ в $\tilde{X}$.

Какую вообще информа-
цию об $\tilde{X}$ несёт $\tilde{X}^d$?

Например,

Гипотеза: если $\tilde{X}^d$ то-
тально на X , $\tilde{X}$ тотально
на X и $\tilde{X}^d$ - пр-во
счётного типа, то и
 $\tilde{X}$ - счётного типа.

Здесь видимо можно
не требовать, что $\tilde{X}$ то-
тально на X .

Видно, $\tilde{X}^d$ несёт
больше информации
об $\tilde{X}$, чем $\tilde{X}$ несёт
информации об $\tilde{X}$.

1079

Известно, что в $\mathcal{C}$ нет
рефлексивных бесно-
мерных подпр-в.

Видно это и более
общее утверждение
можно получить
из того, что в
замкнутом KN -пр-ве,
удовл. условию (A),
нормальная вышук-
лая база слабо
компактного m -в
снова слабо ком-
пактна.

Гипотеза

Пусть X - замкнуто
 KN -пр-во, удовлетво-
ряющее условию (A).

(A)

Тогда

1) Если Y - рефлексивное
подпространство в X ,
то нормальная
база Y снова
есть рефлексивное
пр-во.

2) Если в X нет ^{компактн.}
бесномерных
~~подпр-в~~, удовл. ум. (B),
то в X нет бесно-
мерных реф-
лексивных подпр-в.

1) $\Rightarrow$ 2)

Видно, если $E_M \neq L_M$,
то в E_M нет бесномер-
ных рефлексив-
ных подпространств

1080

Задавно следующее
допущение к т-ме
Банаха-Штейнгауза.

Теорема

Пусть X — банахово
КН-пр-во с достаточ-
ным множеством
вполне линейных
функционалов и
с универсальной
полунепрерывной
нормой. Для по-
дого множества
 $E \subset X$ эквивалентны:

(1) E — ограничено по
норме;

(2) $\forall f \in \overline{X}$

$$\sup \{ |f(x)| : x \in E \} < \infty,$$

т.е. запас ограничен-
ных лн-в в
нормированной
топологии и в
топологии $\mathcal{B}(X, \overline{X})$ —
один и тот же.

Разумеется, для пря-
ведливости этой
теоремы и необхо-
димо, чтобы норма
в X была уни-
полунепрерывна.

1082

Пусть X — K -пр-во, $f \in \tilde{X}_+$.

Пусть $\partial\partial(X)$ — макс. расщепление X .

Обозначим через L_f множество всех таких $x \in \partial\partial(X)$, что

$$\sup \{ f(z) : 0 \leq z \leq |x|, z \in X \} < \infty$$

и $\forall x \in (L_f)_+$ полагаем

$$\Phi(x) = \sup \{ f(z) : 0 \leq z \leq x, z \in X \},$$

$$\forall x \in L_f$$

$$\Phi(x) = \Phi(x_+) - \Phi(x_-).$$

Короче говоря (L_f, Φ) есть максимальное

Пусть

$$X'_f = \{ y : y \in \partial\partial(X), xy \in L_f$$

для $\forall x \in X \}$.

Теперь по любой $y \in X'_f$ построим $g \in \tilde{X}$, поло-

Для доказательства
достаточно вложить
 X в $(\bar{X})^*$ и при-
менить единичную
теорему Банаха-
Штейнгауза.

1081

Пусть X — фундамент в $S[0,1]$,
 Y — компонента в $\tilde{X}$, причём,
если $f \in Y$, то f гизъюн-
ктен $\bar{X}$. Пусть

$$Z_Y = \{x \in X : \|f\|(x) = 0 \forall f \in Y\}.$$

Вопросы:

- 1) при каком условии на Y ,
ин-во Z_Y есть фунда-
мент в X ?
- 2) ... $\forall \varepsilon > 0 \exists T \subset [0,1]$,

т.е.

$$a) \mu T \leq \varepsilon$$

$$b) X_T \subset Z_Y,$$

$$\text{где } X_T = \{x \in X : x(t) = 0\}$$

для почти всех $t \in T$.

что будет, если Y есть
максим. компонента в $\tilde{X}$?

жив

$$g(x) = \phi(xy), x \in X.$$

Каков запас φ -лов g , которые можно получить такими образами?

Видимо, это — та же самая канто-некта в $\tilde{X}$, порожденная φ ?

Ну а если за ϕ брать группу распространения φ ?

1083

Пусть X — симметрический группоид на $[0,1]$ (не-нормированный).

Пусть X тотально на X .

Гип. 1 X тотально на X .

Гип. 2 На X есть моно-тонная норма.

1084

Точки плотности m -в и KN -группоиды в $S[0,1]$?

1085

Пусть X — банхов KN -группоид в $S[0,1]$. Когда на X^* существует

существенно пано-
симбиотическая?
функционирование?

Разумеется,
для этого
необходимы
средства типа
уп-ва $X^{\#}$.

1086

Пусть X - показ-
но биологическое
к-пр-во.

Для модого

$p > 1$ можно

построить X р так
же как в мор-
мировании
сигнал. Визуально,
св-ва X р лучше
чем св-ва X ?

Конкретнее.

1087

Изучить
содержание
к-пр-ва
Лоренца
 $M(\alpha)$.

1088

Внимание!

Пусть X - K -
линейн,
 OL -множество
всех монотон-
ных полунори-
на X .

Будет ли OL
помощительной
частью K -пр-ва?
Много вопросов.

Этот из X —
вполне линейный
пр-мт.
— — — — —

1089

(Хорошая тема диссертаци-
онной работы).

Известно не мало
теорем о $K_2 N$ -пр-вах,
которые не верны
для KIV -линейнов.
Например, метрически
сепарабельное $K_2 N$ -
пр-во удовлетво-
ряет условию (A).

Рассматривать
 KN -линейны, удов-
летворяющие

условие (Сверз)

если

$$0 \leq x_n \uparrow$$

$$y_n \downarrow$$

и

$$x_m \leq y_n$$

при всех m, n ,

то $\exists z$ т.з.

$$x_m \leq z \leq y_n.$$

Пересечение

всех со возможно

с K_2N -ур-в

на KN -линейку

такого типа.

1090

Пусть $\mathcal{Q}$ - экстремальный
диктинкт,

$\mathcal{P}$ - плотное в $\mathcal{Q}$ -множе-
ство,

z - вещественная неотри-
цательная функция
на $\mathcal{P}$, которая ни в
каком смысле не
предполагает непре-
рывной, просто веществен-
ной функции. Пусть

X есть множество
всех ~~$x \in C(\mathcal{Q})$~~ $x \in C(\mathcal{Q})$,
т.з.

$$\|x\|_X = \sup_{t \in \mathcal{P}} |x(t)z(t)| < \infty.$$

Что из себя пред-
ставляет

$$(X, \|\cdot\|_X)?$$

как KN -ур-во?

1091

Пусть X - банахово
KN-пр-во, являющееся
фундаментом в $S[0,1]$,
 $x \in X_+$.

Для $n=1,2,\dots$
положим

$$E_n = \{t \in [0,1] : x(t) \geq n\}.$$

Пусть $F \in [0,1]$ измеримо,
 χ_F - его характеристич-
еская функция.

Положим
 $y = x \chi_F$.

Положим для $n=1,2,\dots$

$$\alpha_n = \mu(E_n \cap F).$$

Допустим, что задано
 X (или задано X и F),
(или X и x), или (X, F)
и задана последователь-
ность $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Хватит ли этого
информации для
того чтобы выписать,
имеет ли x абс.
непрерывную норму?

Например, пусть

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n \cdot n = 0$$

$$\text{или } \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n \cdot n^2 = 0.$$

Следует ли отсюда
что X имеет абс.
норм. норму.

По этому поводу
видимо нужно
смотреть работы
Смита и Сакс
о точках Лебега-
Орнштейна и Лебега-
Банаха.

1092

Пусть X — линейное
многообразие, p_1 и p_2 —
полунормы на X ,
 $p = p_1 + p_2$,

$$f \in (X, p)^*$$

Тогда (Макки?)

$$f = f_1 + f_2, \text{ где}$$

$$f_i \in (X, p_i)^* \quad (i=1, 2).$$

Эта задача может
быть усилена так.

Пусть X, p_1, p_2, p —
те же самые, Y —
линейное подмно-
жество в X ,

$$\varphi_i \in (Y, p_i)^*, \quad \text{и т.д.}$$

можно и φ_i ($i=1,2$)
одновременно
распространить
с Y на X так,
что
нормы

φ_i в (X, ρ_i)

$\varphi_1 + \varphi_2$ в (X, ρ)

будут равны
соотв. нормам в

(Y, ρ_i)

(Y, ρ)

1094

B.C.R. Paris имеет
следующий результат
(Левис ? Шварц ?):

Пусть в $S(\mu)$ имеется
послед-ть $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, такая
что для любого
 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots) \in C_0$

рлг
$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n x_n$$

сходится по мере.

Тогда рлг

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$$

тоже сходится по мере.

Из неё вытекает рлг
для выбекает рлг
интересных
типов:

(1) Пусть X — банахово
 KN -пр-во, удобное.

условию (A), $\mathcal{H}(X)$ - его
максимальное расширение
ние.

Тогда для любого
(b) - фундаментальной
послед-ти $\{x_n\}$ в X

существует такая
(b) - фундаменталь-
ная послед-ть $\{y_n\}$ в X ,

что $x_n - y_n \xrightarrow{\text{сход}} 0$,

но y_n сходится
к чему то $(*) - (0)$
относительно $\mathcal{H}(X)$.

Видно, что это
свойство является
характеристическим
для условия (A) и
видна теорема

Лемма и утверждение.

(2) Пусть X - банахово

KN -пр-во, $T \subset X$

и T плотно на X .

Обозначим через

Σ м-во всех
последовательностей
 $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset X$

т.е. 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \|f(x_n)\| < +\infty$

для любого $f \in X^*$;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} f(x_n) = 0$

для любого $f \in T$.

Через H обозначим
м-во всех таких

$\varphi \in X^*$, что

$$\sum_{n=1}^{\infty} \varphi(x_n) = 0$$

где моды
 $\{x_n\} \in \mathbb{Z}$,

Тогда $H = \overline{X}$

(3) если (2) верно,
 то тогда верно
 и следующее.

Пусть (E, ρ) - бана-
 хово пр-во,

ρ_1, ρ_2 - нормы на E ,
 эквивалентные ρ ,
 K_1, K_2 - конусы в E ,
 такие что

$$(E, K_i, \rho_i) \quad (i=1,2)$$

есть KN -пр-во.

Пусть даны множества

$$\bar{E}_i = (E, K_i)^+.$$

Тогда, если

$$\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2$$

тождественно на E ,
 то $\bar{E}_1 = \bar{E}_2$.

(4) Будем (2)

обобщения на
 модные конечно-
 мерные в $\tilde{X}$, а - ?
 не только на X .
 Т.е. так можно
 любить модные
 множества?

(5) Видимо, такан
конструирован как в (2)
может быть
рассмотрене
для любого
банаховой гр-ва E
и любого TCE^* ?

(6) Видимо, где
уже можно
считать, что
 X не KN -гр-ва,
а просто
 K -гр-ва.

(7) Видимо результаты
Шварца и Левин
можно еще
обобщить так.
Вместо $S(\mu)$
рассматривать
произвольное
нормированное
 K -мн-во
с условиями
 (A) и (B) и в нем
эти результаты.

1095

Несколько вопросов о
не локально выпук-
лых пространствах.

Пусть в силу X -
полное линейное
метрическое пр-во,
одновременно удовле-
творяет K -нр-вом с
нормальным базисом
окрестностей нуля, в
котором выполнены
условия:

(A) если $x_n \downarrow 0$, то $x_n \rightarrow 0$
метрически.

(B) если $0 \leq x_n \uparrow$ и
ограничена топологически,
то $\sup x_n \in X$.

Вопросы.

(1) Существует ли в X
фундамент с достаточной
мн-вом впаие мнест-
ных функционалов?

(2) Будет ли X -счетного
типа?

(3) В отличие от нор-
мированного случая,
 X может быть комбуга,
не являясь нр-вом
ограниченных эле-
ментов. При этом
 X может не быть
расширением K -нр-вом.

Наконец, самым
важным вопросом, обоб-
щение теоремы П. Левина
и Л. Шварца (см. C.R.
Paris, 1967, 1968).

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} d_n x_n$$

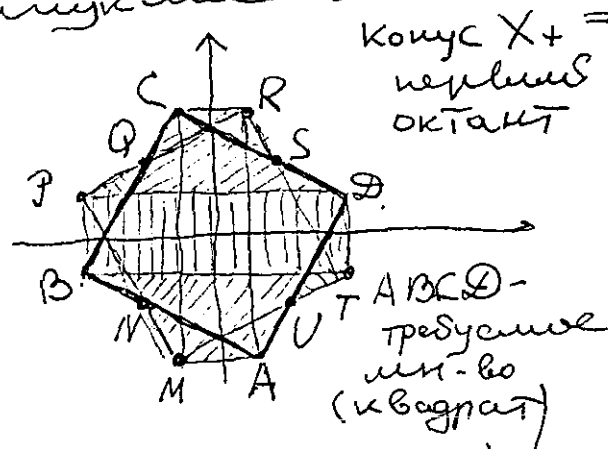
сх-м в том или ином
смысле. Как обосно-
вано со сх-той

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n ?$$

1096

Без труда проверяется,
что выпуклая оболочка
нормального мно-
жества в K -мнечне
стве нормальное
множество.

В.А. Гейлер показал,
что нормальная обо-
лочка выпуклого
мн-ва уже не
есть вообще convex
выпуклое множество.



АМNBPCRSDEUA - его
нормальная оболочка.

1097

Естественная норма в пр-ве $C[0,1]$ $\| \cdot \|$ обладает следующими интересными свойствами.

Пусть ρ - произвольная монотонная норма в $C[0,1]$, т.е.

$$\rho(1) = 1.$$

Тогда $\|x\| \leq \rho(x) \quad \forall x \in C[0,1]$.

Т.е. естественная норма в $C[0,1]$ в этом смысле минимальна.

Объяснить это обстоятельство. Как дело обстоит с этой точки зрения в пр-ве L^p ?

1098

Я долгое время считал, что верно следующее.

Пусть X - банахово KV -пр-во, удовл. условию (A), TCX слабо компактно.

Тогда $R(T)$ - нормальная вешушная замкнутая оболочка T — тоже слабо компактна. Это кажется невероятным, если X не KV -пр-во.

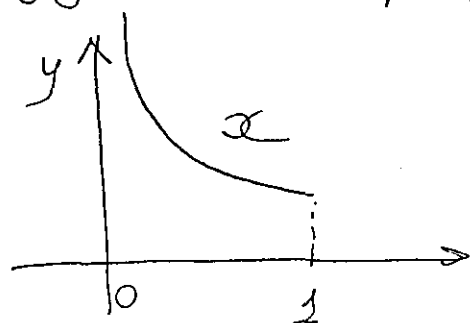
Пример.

Пусть $E_M \neq L_M^*$,

$x \in L_M^*$, но ~~$x \in E_M$~~

$x \notin E_M$ и имеет

следующий график



Пусть $\varphi_n(t)$ - пометки
функции Хаара.

Положим

~~$$z_n = \alpha \varphi_n \chi_{[0, \frac{1}{n}]},$$

где $\chi_{[0, \frac{1}{n}]}$ - характеристическая функция интервала $[0, \frac{1}{n}]$.~~

$$z_n = x \varphi_n \chi_{[\frac{1}{n}, 1]}$$

где χ_B - характ. функции B .

Ясно, что $z_n \in E_M$ и

$z_n \rightarrow 0$ слабо.

Тем самым множество
 $\{z_n\}$

является компактно в E_M .

Но очевидно, что
уже мн-во модулей
 $\{ |z_n| \}$

не является
слабо компактным
в E_M . Видно,

необходимо
рассуждением
можно доказать
следующую т-му.

Теорема (?) Пусть X - банахово KV -пр-во,
 X_1 - дискретная топология в X ,
 X_2 - непрерывная топология в X .

Эквивалентны;

(1) Если $T \subset X$ слабо компактно, то нормальная замкнутая выпуклая оболочка множества T тоже слабо компактна.

(2) в X_1 выполнено условие (A), а X_2 - KV -пр-во.

Задача предложена Ю. А. Абрамовичу

21.V.1969г.

1099

Пусть (T, Σ, μ) - пр-во с конечной мерой $M = M(T, \Sigma, \mu)$

$$L = L(T, \Sigma, \mu)$$

$$L^2 = L^2(T, \Sigma, \mu)$$

$$\{\omega_f\}_{f \in \Xi}$$

нормальная ортонормированная система в L^2 ,
 универсальная

$$\{\omega_f\} \subset M.$$

Теорема 1

$\forall f \in L$ им-во

$$H_f = \{f : \int_T f \omega_f d\mu \neq 0\}$$

не более чем счетно.

Ф-во

Для $n=1, 2, \dots$

положим

$$f_n = [f \vee (-n)] \wedge n$$

Тогда $f_n \in L^2$ и

H_{f_n} не более
чем одно.

Дело, что

$$H_f \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} H_{f_n}.$$

Теорема 2

Зубенко-Валентин

(1) $\forall f \in L$ мн-во

$$\left\{ \int_T f \omega_f d\mu : f \in \Sigma \right\}$$

ограничено.

$$(2) \sup_{f \in \Sigma} [\sup_{t \in T} |\psi_f(t)|] < \infty,$$

т.е. $\{\omega_f\}$ ограничено
по норме в M .

Ф-во - немо
следует из теоре-
мы Фанакса-Итсун-
гауза о том, что
множество гр-ов
мадо* ограничено
iff оно ограни-
чено по норме.

1100

вопрос имеет смысл.

Пусть X, Y - K -пр-ва,

$$T \in H_2(X \rightarrow Y).$$

Гипотеза, относящаяся
к сопряженному опе-
ратору $T^* \in H_2(\tilde{Y} \rightarrow \tilde{X})$.

Если

$$T(\bar{Y}) \cap \bar{X}$$

только на X ,

$$\text{то } T(\bar{Y}) \subset \bar{X} ?$$

1101

Пусть (E, F) - пара линей-
ных пр-в в гильберто-
вости. Рассмотрим "сумми-
рующее" топологию.
Например.

Пусть $\mathcal{O}$ мн-во всех
семейств $[x_t, T] \subset E$

т.е.

$$\sum_{t \in T} |f(x_t)| < +\infty \quad \forall f \in F.$$

По каждому $[x_t, T] \in \mathcal{O}$
построим полуинвариант
 $\rho_{\mathcal{O}}$ на F , положив

$$\rho_{\mathcal{O}}(f) = \sum_{t \in T} |f(x_t)|.$$

Тут много вариантов.

Помогите
у ПИТЦА.

1102

Пусть $E = (X, K, p)$ -
 банахово KN -пр-во с
 с дост. мн-вом
 в нем линейных
 ф-мов.

Пусть $T \subseteq \bar{E}$ тотально
 на X . Хватит ли
 T для того чтобы
 восстановить $\bar{E}$,
 не зная K ?

Гипотеза - слабое*
 сквернейшее
 замыкание
 множества T
 тотально
 на $\bar{E}$

Вопрос

Гипотеза Пусть E - бана-
 хово KN -пр-во с
 достаточным мн-вом
 в нем линейных
 ф-мов. Пусть $T \subseteq \bar{E}$
 тотально на E .
 Тогда слабое* скв.
 замыкание T есть
 всё E .

Здесь слабое* скв.
 замыкание есть
 наименьшее
 слабое* скв. замыка-
 ние мн-во, содер-
 жание T .

Нужно ли
 требовать четкости
 типа?

Везде можно взять
 $E = \ell_1(K_1)$, T - все
 из $m(K_1)$, имеющие
 четное номер.

1103

(тема дитомной
надежды)

Пусть $X - K_3$ -
пр-во, являющееся
полным метрическим
пр-вом с нормаль-
ным базисом
окр-тей нуля,
причем X метри-
чески сепарабель-
но. Ф-ть, то

в X вынашено
условие (A).

1104

(см. также несколько
предыдущих вопросов
и следствия 1105).

Пусть $\langle X, Y \rangle$ - пара линей-
ных пространств в двой-
ственности, $T \subset Y$ и
 T -тотально на X .

Допустим, что на X
можно ввести (неиз-
вестное нам) част-
ное упорядочение, т.е.

1) X есть K -пр-во;

2) $\tilde{X} = Y$;

3) $T \subset \tilde{X}$.

Можно ли не зная этого
част. упор. полностью
выделить X из $\tilde{X} = Y$.

и $\bar{E}$ тотально на E .

Вопрос — с точки
зрения "чистоты"
теории двойствен-
ности независи-
мы ли эти
аксиомы?

Может быть всегда

$$\underline{IV} \Rightarrow \underline{III} ?$$

1105

(Программа).

Пусть $\langle E, F \rangle$ - пара-
линейных пространств
в двойственности.

Рассмотрим следую-
щие аксиомы,
которые могут вы-
полняться или не
выполняться.

I. Топология Макки

$\mu(E, F)$

топология и борноло-
гическая.

II Пр-во F секвенциально
полно в топологии
 $\mathcal{O}(F, E)$.

III Если TCF относите-
льно компактно в топо-
логии $\mathcal{O}(F, E)$, то
выпуклая оболочка
тоже относительно
компактна в этой
топологии.

IV Если семейство
 $[f_i, \tau] \subset F$ т.з.

$$\sum_{i \in J} |f_i(x)| < +\infty \quad \forall x \in E,$$

то сущ. $f \in F$ т.з.

$$\sum_{i \in J} f_i(x) = f(x) \quad \forall x \in E$$

V
(можно еще).

Эти аксиомы вы-
полняются, если

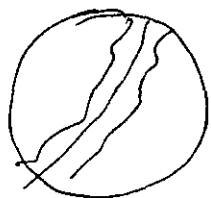
~~$F = E$~~

E - K -ур-во, $F = \overline{E}$

В. Д. Мильман.

26.V.69г.

$f(x)$ - равном. непр. ф-ция
на сфере $x \in S(B)$



Найдутся такие числа,
что $\forall \varepsilon > 0$

$$\sigma_\varepsilon = \{x; |a - f(x)| < \varepsilon\}$$

сечение содержит
сферы нек. радиус.

$$S(E_n) \subset \sigma_\varepsilon$$

n - сколь угодно велико.

Му-во таких η
спектр $\gamma^*(f)$

его ε -откр-ть на иррационал

$$\gamma_\varepsilon^*(f)$$

Пример

$$f(x) = (Ax, x)$$

Ортогональность

$$\|x+y\| \geq \max(\|x\|, \|y\|)$$

$$\psi(\varepsilon) = \sup_{\eta > 0} \frac{\varepsilon \eta - \varphi(\eta)}{1 + \mu \varphi(\eta)}$$

1106

В рез-те разговора с
В. Д. Мильманом.

1) Проблема банаха —
слабо секв. напр.
всё и теоретическое
банаха. пр-во содержит
пр-во ℓ^1 ?

2) Всё и теоретическое
содержит ℓ^p ?
 $\infty > p > 1$.

3) Мильман и Соло-
мон не знают,

в пр-ве Джайса
есть и непонимание
подпр-ва?

(4) Пусть (x_n) — п.с. в X

т.е.

$$\forall \alpha = (\alpha_n) \in C_0$$

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n x_n$$

сх-н метрически в X .

Будет ли тогда $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$$

сх-н метрически
в X ?

П. Пелли и П. Шварц
доказали, что это
так для всех

$$L^p \quad (0 \leq p < +\infty)$$

$$\text{где } L^0 \stackrel{\text{def}}{=} S$$

Вообще есть не мало
теорем о КЗ-ур-вах, которые
видимо можно перенести
(непривлекая срезам)
на ур-ва рассматрива-
емого типа.

Ещё один вопрос.

(5) Пусть X — полное метриче-
ское метрическое ур-во,
равняющееся расширению
К-ур-ва с нормированной
базисом ур-ва нуль.

Обязано ли быть X —
метрического типа?

Будет ли выполнены
условия (А) и (В)?

(6) Пусть Z — расширен-
ное К-ур-во. Можно
рассматривать в
нём ряды, т.е.

$$\forall \alpha = (\alpha_n) \in C_0$$

1107

Пусть $X - KN$ - линейн.
Его (B) -попадение
состоит из классов
попарно эквивалент-
ных (B) -функций -
линейных
полюс-теб. В каждом
из таких классов
есть полюс-теб вида
 $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$

$$т.е. \quad x_n = \sum_{k=1}^n y_k,$$

где (y_k) - попарно
линейны? Если
нет, то образуют
ли такие классы

линейную подструк-
туру в (B) -попадении

~~1108~~
~~Пусть $X - KN$ - линейно~~
 ~~KN - линейно, удовлетв.~~
~~линей. (A) , и~~

1108

Уже доказана след.
Т-ма Пусть X, Y - банаховы
KN-пр-ва, изоморфные
в смысле дuality.
Если в X выполнено
(A), то и в Y есть (A).

Такого рода вещи
можно видеть
обобщать в след.
направлении.
Пусть X и Y - K-пр-ва,
 $T: X \rightarrow Y$ вз. взаимно-
однозначное линейное
отображение,
(*)-(2) - непрерывное
в обе стороны.

Если $\overline{X} = X$, тогда
ли $\overline{Y} = Y$?

Если в X (0)-сх-ть
высшей (*)-(2), то
так ли это в Y ?

1109

Пусть X - KN-линейн,

~~$Z = \{f \in X^*, \|f\| \leq 1\}$~~

$Z = \{f \in X^*, \|f\| \leq 1\}$
или что-нибудь
подобное.

Пусть F - аддитивный
и однородный
ф-л на X^* .
Охарактеризовать
такие F , что F

слабо* непрерывен
на Z .

1110.

Пусть $X = C[0, 1]$,
 $\hat{X}$ - его K -пополне-
ние.

Гипотеза

Для любого $\hat{x} \in \hat{X}_+$
найдётся такое
множество $B \subset X_+$,
что

(1) $\sup B = \hat{x}$ в $\hat{X}$;

(2) если $x, y, z \in B$
попарно различны,
то $x \wedge y \wedge z = 0$.

Если это верно, то можно
ввести модальное опре-
деление размерности
архимедова K -модуля.
Будет ли оно совпадать
с какими-нибудь из
топологических опре-
делений?

Разумеется, нужна

Гипотеза

(по-прежнему $X = C[0, 1]$).
Существует такой $\hat{x} \in \hat{X}_+$,
что $\forall B \subset X_+$, такого
что $\sup B = \hat{x}$, найдутся
 $x, y \in B$, $x \neq y$ и такие,
что $x \wedge y \neq 0$.

Пусть теперь X -
произвольный архим-
едов K -модуль, $\hat{X}$ -
его K -пополнение.

Обозначим через M
множество всех целых
неотриц. чисел n ,
удовл. условию:

Для любого $\hat{x} \in \hat{X}_+$

найдется такое

$B \subset X_+$, что

(1) $\sup B = \hat{x}$ в $\hat{X}$.

(2) если $x_i \in B$ ($i=1, \dots, n+2$)

$x_i \neq x_j$ при $i \neq j$, то

$$\bigwedge_{i=1}^{n+2} x_i = 0.$$

Опр. Размерностью X
наз-ся число

$$\dim X = \min M.$$

Сразу же вопросы.

а) Если T - нульмерный
дисконтинуум, будет ли

$$\dim C(T) = 0?$$

б) Верно ли обратное?

в) как связаны раз-
мерность K -лин. X и
размерность его

минимального (в
смысле Б.З. Вулфа)
дисконтинуума?

г) Пусть T - канторов
лин-во или квадрат
или и-тд. Чему
равна

$$\dim C(T)?$$

Разумеется очевидно,
что для K -ур-ва X
 $\dim X = 0$.

Если же X K_3 -пр-во,
будет ли
 $\dim X = 0$?

Можно ли в случае
 X - KB -линейн
вместо вложения
 X в $\hat{X}$ рассматри-
вать вложение
в $\overline{X}$ или X^{**} ?

• • • • •

Спросить у А.И. Векслера.

Посмотреть у

Тихомирова и

Херисона

1111

Пусть X - KN -линейн,
 Y - его (b) -пополнение.

Элементами Y являются
классы попарно экви-
валентных (b) -функция-
ментальных носителей.
Рассмотреть следую-
щее св-во

① В любом классе

$y \in Y$ найдется такая

(b) -функцияментальная

носитель (x_n) , что

$$1) |x_1| \leq |x_2| \leq \dots \leq |x_n| \leq \dots$$

$$2) (|x_{n+1}| - |x_n|) \leq |x_n| \quad \forall n.$$

что означает св-во (D)?
Верно ли оно
выполняется?

Связано ли оно
с K-полнотой Y?

(Вопрос г-на Абра-
мова)

1112

Пусть X - банахово
пр-во.

Опр. 1 $\mathcal{M}(X)$ есть
мн-во всех $B \subset X$, т.е.

$$\sum_{x \in B} |f(x)| < +\infty \quad \forall f \in X^*$$

Опр. 2 $\mathcal{M}_0(X)$ есть
мн-во всех $B \in \mathcal{M}(X)$,

т.е.

$$\sum_{x \in B} f(x) = 0 \quad \forall f \in X^*$$

Опр. 3 $\mathcal{M}(X)$ есть мн-во
всех $\mathcal{D} \subset X^*$, т.е.

$$\sum_{f \in \mathcal{D}} |f(x)| < +\infty \quad \forall x \in X.$$

Опр. 4 $\mathcal{H}_0(X)$ есть
 мн-во всех $\mathcal{D} \in \mathcal{H}(X)$,
 т.з.

$$\sum_{f \in \mathcal{D}} f(x) = 0 \quad \forall x \in X.$$

~~Опр. 5 $\mathcal{H}(X^{**})$ есть
 мн-во всех таких
 $F \in X^{**}$, что $\exists$~~

Опр. 5 $\mathcal{H}(X^{**})$ есть
 мн-во всех таких
 $F \in X^{**}$, что

$$\sum_{f \in \mathcal{D}} F(f) = 0 \quad \forall \mathcal{D} \in \mathcal{H}_0(X)$$

Опр. 6 $\beta(X^{**})$ есть
 мн-во всех таких
 $F \in X^{**}$, что $\exists B \in \mathcal{H}(X)$
 т.з.

$$\Gamma(f) = \sum_{x \in B} f(x) \quad \forall f \in X^*$$

Вопр.
 замкнуты ли по норме
 $\mathcal{H}(X^{**})$ и $\beta(X^{**})$ в X^{**} ?
 Всегда ли
 $\beta(X^{**}) \subset \mathcal{H}(X^{**})$?
 у меня доказано, что
 это так для
 KN-модулей.
 Ввести ещё в
 рассмотрение
 множества следую-

исход типа:

Опр. $\# \mathcal{U}(X)$ есть
мн-во всех $C \subset X^*$
т.ч.

$$\sum_{\substack{f \in C \\ x \in B}} |f(x)| < +\infty \quad \forall B \in \mathcal{M}(X)$$

Рассмотреть
гр-мы и.т.д.:

1113

Интересный вопрос.
Будем говорить,
что банахово пр-во
 E обладает св-вом
(S),

если:

каково бы ни было
 $B \subset E$,

т.ч.  $\sum_{x \in B} |f(x)| < +\infty$

$$\forall f \in E^*$$

обязательно B —
не более чем счётно.
Пусть теперь E —
банахово KV -пр-во,

облажающее св-во
(S). Оно очевидно
четного типа.
Верно ли обратное?



Это очень
важно.

Нет, неверно,

$c_0(T)$ - где T - несчетно.

Ну а где пр-во
с единичной?

Рассмотреть также
следующее условие
(S') Пусть $B \subseteq E$
такое что

$$\sum_{x \in B} |f(x)| < +\infty \quad \forall f \in E^*$$

Тогда существует
 $C \subseteq E$ т.ч.

$$1) \sum_{x \in C} |f(x)| < +\infty \quad \forall f \in E^*;$$

$$2) \sum_{x \in C} f(x) = \sum_{x \in B} f(x) \quad \forall f \in E^*;$$

3) Мн-во C не более,
чем счетно.

1114

Очень важный
вопрос.

Пусть X — K -пр-во,
 $T \subset \tilde{X}$ произв. мн-во,
 R — компонента
в $\tilde{X}$, порожденная T .

Обозначим через
 $\mathcal{B}$ — мн-во всех
таких $B \subset X$, что

$$(1) \sum_{x \in B} |f(x)| < +\infty \quad \forall f \in \tilde{X}.$$

$$(2) \sum_{x \in B} f(x) = 0 \quad \forall f \in T.$$

Пусть H — мн-во
всех таких $f \in \tilde{X}$, что
$$\sum_{x \in B} f(x) = 0 \quad \forall B \in \mathcal{B}.$$

Будет ли $H \subset R$?

Нет!

Пусть $X = M[0,1]$,
 $T = R$ — компонента
всех анормальных
ф-лов. Тогда
 $H = \tilde{X}.$

1115

Пусть X и Y - банаховы
 KN -пр-ва, причем
 в X выполнено
 условие (A).

Пусть X и Y гомео-
 морфны как метри-
 ческие пр-ва, т.е.
 гомеоморфизм не
 обязан быть линей-
 ным.

Гипотеза

В Y тоже выпол-
 нено условие (A).

Задано сепара-
 ции: для сепарации
 ...

Тривиально
 Аналогичный вопрос
 для четности типа.
 В связи с этим:
 пусть T - KN -пр-во
 ор. элементов не четно-
 го типа.
 Рассматриваем T
 только как метри-
 ческое пр-во,
 забыв об измери-
 тельных операциях.
 Пусть $C(T)$ - пр-во
 всех вец. непр. ф-ий
 на T .
 Существует ли $Z \subset C(T)$,
 т.е.
 1) Z - раздель-
 точки на T .
 2) $\forall x \in T$
 мы во $\{z \in Z : z(x) \neq 0\}$

не более чем n -м?

1116

Как будто верно
следующее (теорема
Гельбранда?):

Пусть H - гильбертово
пр-во, $\{e_i\}$ - нор-
мованный безусловный
базис в H . Тогда
существует ортонор-
мальный базис
 $\{g_i\}$ в H и авто-
морфизм

$$R: H \rightarrow H$$

т.ч. $Re_i = Rg_i$.

Иными словами,
если в гильбертовом
пр-ве бледно

хорошее" дискретное
"состояние" упорядоче-
ние, то это всё
есть $\ell^2_{\mathbb{N}}$.

Поэтому

Гипотеза:

Пусть X — банахово
KN-пр-во, в котором
норма эквивалентна
гильбертовой норме,
т.е. X изоморфно
в смысле банаха
какому-нибудь
гильбертову
пр-ву.

Тогда существует
такое (T, Σ, μ) ,

что

X изоморфно $L^2(T, \Sigma, \mu)$
как KN-пр-ва, т.е.

$$T: X \rightarrow L^2,$$

T — изоморфизм
в смысле банаха
 $\forall x \in X$

$$(Tx \geq 0) \Leftrightarrow (x \geq 0).$$

Что-то, повидимому,
есть у Канана в
его "Modern spectral
Theory".

1117

Пусть X - банахово KN -пр-во, являющееся фундаментом в $S = S(T, \Sigma, \mu)$, где μ - вполне конечная мера, X' - сопряженное пр-во с обычной сопряженной нормой.

Будем считать, что норма в X

- 1) полунепрерывна и монотонно норма;
- 2) строго выпукла.

Тогда пусть

$$Z = \{x \in L^1 : x \geq 0, \|x\|_{L^1} = 1\}.$$

$$V = \{x \in X : x \geq 0, \|x\|_X = 1\}$$

$$W = \{x \in X' : x \geq 0, \|x\|_{X'} = 1\}.$$

Для любого $x \in Z$ однозначно определен $y \in V$, т.е. $\exists w \in W$ т.е. $x = yw$.

Положим $Tx = y$.

Тогда $T(Z)$ плотно по норме в V в силу μιας теоремы об операторных г-лах. С-но оператор T не может быть непрерывен в нормированных топологиях, если X не сепарабельно.

1118

Пусть X — Σ -алгебра
 KN -уп-во, явл. группо-
 мидом в $S[0,1]$,
 X' — то же самое с
 другими групповыми
 нормами.

Рассмотрим опера-
 тор

$$R: X \times X' \rightarrow L^1$$

$$R(x, x') = xx'.$$

Сформулировать
 хотя бы две задачи.
 Когда X — KB -уп-во
 основные св-ва
 оператора R исключи-
 тельно и исследовать

это дело.

Это видимо очень
 важно.

1119

Пусть X — KN -уп-во,
 Y — то же самое
 замкнутое по норме
 подпространство.
 Исследовать ха-
 рактер вложения

$$\overline{Y^{**}} \text{ в } X^{**}$$

$$4 \quad \overline{Y^*} \text{ в } \overline{X^*}$$

Дело вот в том,
 сколько там
 моих
 результатов

$$1) (X_p)^{**} = (\overline{X^*})_p$$

2) если $A \in H_0(X \rightarrow Y)$,
то $A^{**}: \overline{X^*} \rightarrow \overline{Y^*}$

3) если $A: X \rightarrow Y$,
то (при нек. предп.)
 $A: X_p \rightarrow Y_p$

4) Если $Y \subset X$,
нормально, замкн.
и ..., то
~~нет~~ нет
инъектора из X_p
на Y_p .

нужен ли
это случай -
или совме-
сти ?

1120

Пусть X, Y — сечения
KN-предиката
в $C_\infty(Q)$

V, W — сечения
KN-предиката
в $C_\infty(Q')$.

Нельзя ли в
наес. рассмотре-
ниих уп-в
 X^*, Y^*, V^*, W^*
выбрать единицы
так, чтобы, если

$$\begin{aligned} A: X + Y &\rightarrow V + W, \\ A: X &\rightarrow V; \\ A: Y &\rightarrow W, \end{aligned}$$

то A^* можно
определить так:

$$\begin{aligned} A^*: R_V(V^*) + R_W(W^*) &\rightarrow \\ &\rightarrow R_X(X^*) + R_Y(Y^*), \end{aligned}$$

$$A^*: R_V(V^*) \rightarrow R_X(X^*),$$

$$A^*: R_W(W^*) \rightarrow R_Y(Y^*)$$

где R — оператор
канонического
преобразования.

Пусть X и Y —

банаховы KV -пр-ва,
 являющиеся гзуд-
 ментами в $S[0,1]$,
 и Y — норма
 в Y — полунепрерыв-
 на.

Пусть $A \in H_b(X \rightarrow Y)$.

Лем. 1

A непрерывна
 и в том случае,
 если $\| \cdot \|_X$ в X
 заменить нормой
 $\| \cdot \|_{X''}$.

Лем. 2

если $Y = Y''$,
 то A допускает
 расширение
 до $A_1 : X'' \rightarrow Y''$
 ?
 .

1122

Пусть X - банахово КН-
пр-во, удовлетворяющее
условию:

1) если

$$0 \leq x \leq y,$$

$$\|x\| = \|y\|,$$

то $x = y$.

2) Если $f \in \overline{X}$, $g \in \overline{X}$,

$$\text{то } \|f + g\| =$$

$$= \|f\| + \|g\|.$$

3) $\overline{X}$ тоталитарно в X .

Как было, см. Ано, пр-во Орнума удовлетворяет этим условиям.

Теорема

В X выполнены условия (A),

Доказательство.

Функциями

$$0 < x \in X, \|x\| = 1.$$

Пусть $F \in X^*$ таков,

что

$$\|F\| = F(x) = 1.$$

Допустим, что $F \in \bar{X}$.

Допустим, что предположим

т.е. $F = f + g$,

где $g \in \bar{X}$, $f \notin \bar{X}$,

$f \neq 0$.

Тогда

$$f(x) = F(x) - g(x) \geq$$

$$\geq 1 - \|g\| = \|f\| + \|g\| -$$

$$- \|g\| = \|f\|.$$

Следовательно

$$f(0) = \|f\|.$$

$$\text{Пусть } \varphi = \frac{f}{\|f\|}.$$

$$\text{Тогда } \|\varphi\| = 1, \varphi \notin \bar{X},$$

$$\varphi(x) = 1.$$

Найдем теперь
функцию ϕ

в X , что

$$\varphi(z) = 0 \quad \forall z \in \phi.$$

Возьмем теперь

$z \in \phi$, что

$$0 < z \leq x, z \neq 0.$$

тогда

$$\varphi(x-z) = \varphi(x) - \varphi(z) = \varphi(x) - 0 = \\ = \varphi(x) \stackrel{z}{=} 1,$$

сл-но,

$$\|x-z\| = 1,$$

$$\text{т.е. } \|x-z\| = \|x\|.$$

сл-но $z=0$.

Противоречие.

Утв., $F \in \overline{X}$.

Тогда в любой T -м.с.

А.А. Мейера,

в X равномерно

условие (A).

1123

у Мейера в м.с.с.
есть сходящаяся T -м.с.

Пусть $x_n \in L^1(T, \Sigma, \mu)$
сходящаяся м.с.с.,

Тогда x_n сходящаяся
по норме ифф

$\forall B \in \Sigma$, т.е. $\mu(B) < \infty$

x_n сходящаяся по
мере на B .

Вместо μ можно
везде заменить

матрица и симметричная
 квадратная в
 пространстве $\mathbb{R}^1$.

Что это значит
 для KV -пространства?
 KV - пространство.

Вспомогательная
 система линейных
 уравнений
 с x -ами.

Пусть Q - универсальное
 кольцо, $x_n \in C_\infty(Q)$.

Будем считать,
 что $x_n \xrightarrow{(1)} 0$,

если:

какова бы ни была
 константа K
 определенного типа в $C_\infty(Q)$
 найдется

$$x_n \Big|_K \xrightarrow{(*)-(10)} 0$$

$$\text{или } (x) - (10)$$

1124

Пусть $X = C_\infty(Q)$ —
расширенное K —
ур-во счетного
типа, $\rho(\cdot, \cdot)$ —
метрика на X ,
т.т.

1) (X, ρ) — нашое
метрическое
ур-во;

2) Если $|x| \leq |y|$,
то
 $\rho(x, 0) \leq \rho(y, 0)$

Гипотеза: Тогда

Q — непрерывное

1125

Ограниченная посыл-ть
вещ. чисел

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$$

наз-я почти сходится
к S , если все δ -около
предель её равны S .

Лоренс (Acta Math. 80 (1948),
167-190) доказал, что

$$x \text{ нечетно } (x-1)$$

iff

$$\lim_p (x_n + \dots + x_{n+p-1})/p = S$$

равномерно по n .

Пусть Y — м-во всех
норм ск-н норм-теб,
 $Y \subset M$.

что такое Y?

КВ-линейн, линейная
координатная ...
... и т.д. в т.д.

1126

Пусть X - КВ-линейное,
такой что любой
 $f \in \overline{X}$ достигает
своей нормы на
единичном шаре
пр-ва X .

Гипотеза - X - K₂-пр-во.

Идея док - в а :
показать, что су-
ществуют проекции
в табличные канто-

ненты и применить
Т-му Вексера.

Пример, показыва-
вающий, что X
может не быть
 K -пространством:

Пусть T -счетное
мн-во, X есть
подр-во в $m(T)$,
образование таких-
ли x , которые
удовлетв. условию:

$\exists c$ т.з.

$$\{t \in T : x(t) \neq c\}$$

не более чем
сечно.

1127

Пусть X -сепарабельно
 KN -чр-во, явл.
фундаментальным
в $L^1[0,1]$ и содер-
жащее $M[0,1]$.

Когда мн-во
всех $f \in X'$,
т.з. $f \in M'$ и f
достигает нормы
точно в X' ?

1128

Задача следующая.
Пусть X - банахово
 KN -пр-во, явл. фунда-
ментом в $S[0, 1]$,
 X' - его дуальное.

Пусть Y - замкнутое
по норме фунда-
мент в X , Z - зам-
кнутое по норме
фундамент в X' .

Тогда
 $Y^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}} = L^2$,
и то $Y^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}}$ - замкнутое
фундамент в
 $X^{\frac{1}{2}} (X')^{\frac{1}{2}} = L^2$.

1129

Очень важный
вопрос.

Пусть X - банахово
 KN -пр-во, явл.

фундаментом
в $S[0, 1]$, с полу-

непрерывной

монотонно по-

кой нормой,

X' - его дуальное.

Пусть Y - замкнутое

по норме фунда-

мент в X , Z -

замкнутое по

норме фунда-

мент в X' .

Гипотеза:

для любых $y \in Y$,
 $z \in Z$ и числа $\varepsilon > 0$

найдутся $y_1 \in Y$,
 $z_1 \in Z$ т.ч.

$$(1) \|y - y_1\|_X \leq \varepsilon$$

$$(2) \|z - z_1\|_{X'} \leq \varepsilon$$

$$(3) \int_0^1 y_1 z_1 dt = \|y_1\|_X \|z_1\|_{X'}$$

Или более слабый
гипотеза, только
выполнения (1) и (3).

В связи с этим
вопрос.

Пусть X, Y — банаховы
нормированные

$$T: X \times Y \rightarrow L$$

линейный
оператор, такой
что

$$T(\overline{V}_X \times \overline{V}_Y) = V_L$$

где $\overline{V}_X, \overline{V}_Y$ — замкнутые
единичные шары,
 V_L — открытый
ед. шар.

Тогда ли
оператор T
существует?

1130

Пусть X - дискретное
банахово КВ-пр-во
с непрерывной
нормой.

Тогда m -во ρ -абс.
из $\overline{X}$ достигаю-
щих нормы
много в X .

$\mathcal{D}$ -во

Пусть Y есть замы-
кание ортов в X .

Тогда

$$\overline{Y} = Y^* = \overline{X}$$

и остается приме-
нить теорему

Бимона-Фелса.

1131

Не забудь об
экстремальных
точках в X_p и
 $X^1 - S_Y S$!

(Экстремальные
точки единич-
ного шара).

1132

Пусть $S - K$ -кр-ва,
 X, Y - ее гугиза-
менты,

$$Z = X \cap Y$$

Без труда (исполь-
зуя стандартную
глобальность

$$(U, \partial(U, V))' = V)$$

доказываем т-му

т-му

Пусть X, Y - замкно-
вые KV -кр-ва.

Тогда для любого
 $\varphi \in \tilde{Z}$

наблюдения

$$f \in \tilde{X}, g \in \tilde{Y}$$

т.з.

$$f|_X + g|_Y = \varphi.$$

Ну, а если на
 X и Y никаких
норм и нет,
просто K -про-
сфорсва?

1133

Пусть X - банахово
 KN -пр-во, являющееся
и рундаментом
в $S[0,1]$.

Рассмотрим сле-
дующее св-во:

(B₀) Для любого
 $x \in X$ и для любого
 $\varepsilon > 0$ найдется компо-
нента Y в X , т.з.

(1) в Y выполнено
условие (B);

(2) $\|x - P_{Y, X} x\|_X \leq \varepsilon$.

Означает ли это
свойство "много
банахово" или "много"?.

1134

Пусть X — КВ-пр-во,
 $\{x_\alpha\}$ направление в X ,
слабо сходящееся в себе
(и возможно ограни-
ченное по норме),
примем мн-во индексов
 $\{\alpha\}$ есть цепь.

Сходится ли $\{x_\alpha\}$ к
элементу из X слабо?
Забавно следующее.

Теорема Пусть на X
имеется счётная
ТОТАЛЬНАЯ система

линейных непрерывных
функций.

Тогда су-
ществуют индексы

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \dots$$

таким что, если

$$\alpha_n < \delta$$

$$\alpha_n < \delta$$

при всех n , то

$$x_\gamma = x_\delta.$$

Тем самым последовательность
предель существует.

Φ -во

Пусть $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ — счетное
множество ф-ов.

Фиксируем x , рассматриваем
числовое множество

$$\{f_n(x)\}$$

Значит, что начиная
с некоторого номера
она постоянна, или
найдется такая
последовательность
индексов

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n < \dots,$$

которая принадлежит
 $\{\alpha\}$. Далее можно
найти последовательность

Вообще стоит
рассматривать
направления с
цепными мет-ками
индексов.

1135

Пусть X - KB-ур-во,
являющееся рунга-
ментом в $S[0,1]$,
 X' - его дуальное.
Он принадлежит
корням Биллона
факта и их
технически важно
выяснить следую-
щее. $\{\{x_\alpha\} \subset X\}$
Пусть $\{\{x_\alpha\}\}$ - огра-
ненное по норме
направление с
цепными множества
индексов, напу-

мер, право последовательности.

Пусть существуют такие

$$0 \leq x \leq y \in X',$$

что

$$1) (y-x)(t) > 0$$

для п.в. $t \in (0,1)$

2) Для любого

$$z, \text{ т.ч. } x \leq z \leq y$$

последовательность

$$\text{чисел } \left\{ \int_0^1 x_\alpha z dt \right\}$$

монотонно возрастает.

Гипотеза последовательности

последовательности (направ-
ление) $\{x_\alpha\}$ слабо
сходится к некото-
рой $x \in X$,

1136

О теореме Гиппо
ча Фенеса.

Пусть E —

Банахово пр-во

K — нормальный

замкнутый

воспроизводящий
конус в E ,

K^* — сопряженный
конус в E^* .

Гипотеза (минимальная)

Существует

$$x \in K, f \in K^*$$

такие что

$$f(x) = \|f\| = \|x\| = 1.$$

Хотя бы для

того случая,

когда E — ато

сеп, поле?

Всегда ли

под конусом

стоит много

задач на опорные
функционалы.

1137

Пусть X - банахово
 KV -пр-во с достаточ-
ными X .

Пусть V, W - выпуклые
непересекающиеся
мн-ва, одно из
которых имеет
внутреннюю точку.

Тогда они объеди-
ны функционалом
 $f \in X^*$, т.е.

$$\sup f(V) \leq \inf f(W)$$

Когда можно

взять $f \in \overline{X}$?

1138

Рассмотрим два утверждения.

(I) Всякий (0)-линейный функционал на K -пр-во вполне линейен.

(II) Всякая мощность неизмерима в следующем смысле:

пусть T - произв. мн-во, $P(T)$ - алгебра всех её подмножеств. Не существует такой конечной неотрицательной счетно аддитивной меры μ на $P(T)$, что

$$(1) \mu(T) = 1.$$

$$(2) \forall t \in T \mu(\{t\}) = 0.$$

Вроде бы Люксембург доказал, что $(I) \Leftrightarrow (II)$

Я приведу совсем простое доказ-во этого факта.

$$(I) \Rightarrow (II)$$

Допустим противное. Пусть T, μ существуют.

Положим

$$X = m_T$$

и

$$f(x) = \int_T x d\mu \quad \text{для } x \in X.$$

Тогда X - K -пр-во,

f - (0)-линейный, но не вполне линейный.

$$(II) \Rightarrow (I)$$

Пусть X - K -пр-во,

f (0)-линейн, но не

вполне линейн на X .

Можно считать следующее:

(1) X — K -пр. во огр. эл-тов.

Действительно, в противном случае мы бы зафиксировали таблицу нормальных подмодулей Y в X , такой что сужение $f|_Y \neq 0$.

(2) f дизъюнктен $\overline{X}$,

иначе можно было удалить внаше линейную составляющую.

(3) $f > 0$, иначе вместо f взяли бы $|f|$.

Итак, имеем

X — K -пр. во огр. элементах с единицей 1 , $f \in X_+$, $f \perp X$, $f(0) = 0$ — линейн, $f(1) = 1$.

Обозначим через T максимальное множество, состоящее из ненулевых, попарно дизъюнктных единичных элементов, т.е. если $e \in T$, то $f(e) = 0$.

Такое максимальное множество существует по лемме Зорна.

Покажем, что T — пусто в X , т.е. соединение

всех элементов из T
есть $\mathbb{I}$.

Рассмотрим при
этом функциональное
дополнение T_d

Построим $\varphi \in \dot{X}$,
положив

$$\varphi(x) = f(P_{T_d} x)$$

$$\varphi(x) = f(P_{T_d} x).$$

Ясно, что

$$0 \leq \varphi \leq f,$$

$\varphi(0)$ — линейен на T_d
и существенно
положителен на T_d .

Тем самым, φ — вполне
линейен.

Поэтому $\varphi \geq 0$,
т.е. $T_d = \{0\}$.

Итак,

$$\sum_{e \in T} e = \mathbb{I}.$$

$$e \in T$$

Построим μ на $P(T)$
судящим образом.

Пусть $Q \in P(T)$.

Тогда

$$\mu(Q) = f\left(\sum_{e \in Q} e\right)$$

Получили требуемое.
Вывод. Ч. Т. Д.

1139

Гипотеза

Пусть X - банахово
 KN -пр-во с достаточными
 м-вом внаше
 линейных функцио-
 налов с универсальной
 полунормировкой и

~~Пусть $f \in X^*$~~

универсальной
 полунормой.

Пусть $f \in X^*_+$, $\varepsilon > 0$.

Тогда существует
 $g \in X^*_+$, такое что

$$f \leq g \leq (1+\varepsilon)f$$

и g является опорным
 к единичному
 шару пр-ва X .

~~1140~~
~~Пусть X - банахово~~
 ~~KN -пр-во с достаточ-~~
~~ными м-вом внаше~~
~~линейных ф-тов.~~
~~Гипотеза Следующие~~
~~утверждения эквива-~~
~~лентны~~

1140

(Очень важно!)

Пусть X - банахово
КН-пр-во, на
котором есть
существенно
положительно
вполне
линейная
функционал.

Гипотеза Следующие
утверждения
эквивалентны:

(1) Норма в X универ-
сально полунорми-
рована и универ-
сально монотонно

норма

(2) X можно вложить

как линейное
подпространство в

некоторое слабо
сеп. полное бана-
хово пр-во E

с вложением
следующих условий:

а) оператор вложе-
ния непрерывен;

б) единичный
шар пр-ва X

линейно замкну-
тым подпрост-
ством пр-ва E .

Может ещё что
нибудь из этого

банаховское?

1141

Пусть X — банахово
КН — пр-во с унв.
нормир. и унв.
нормой. норма
нормой с достаточ-
ным мн-вом
вполне непрерыв-
ных ф-лов.

Тогда (никогда) X
можно представить
как сумму банаховских
методов.

Например, никогда?
топологий $\mathcal{B}(X, X)$
сильнейшая из
всех лок. вып.
топологий τ на X ,
удовлетворяющих

условиям:

(1) (X, τ) — слабо сев. нано.

(2) ед. шар пр-ва X
замкнут в тополо-
гии τ .

или ещё что-нибудь
в этом роде.

1142

(см. также несколько
предыдущих вопросов)

Пусть X - KN -линейн,
т.е. X^* счетного типа.

Рассмотрим мн-во
всех лок. выпуклых
линейных топологий
 τ на X^* , удовл.
условиям:

$$1) \quad \tau \geq \beta(X^*, X);$$

2) (X^*, τ) секвенциально
полно; 3) $\tau = \beta(X^*, (X^*, \tau)')$

Наибольшая из
таких топологий

$$\text{есть } \frac{\beta(X^*, X^{**})}{\beta(X^*, \overline{X^*})}$$

Д-во

Топология $\beta(X^*, \overline{X^*})$
обладает этими
св-вами.

Пусть τ - любая
такая топология.

Достаточно установить,
что

$$(X^*, \tau)' \subset \overline{X^*}.$$

~~Пусть $f \in (X^*, \tau)'$, $f \notin \overline{X^*}$~~

Пусть $f \in (X^*, \tau)'$, $f \notin \overline{X^*}$.
Существует $x_n \downarrow 0$ в X^* ,
т.е. $f(x_n) \not\rightarrow 0$.

Пусть $x_n \xrightarrow{\tau} y \in X^*$

Тогда $x_n \xrightarrow{\beta(X^*, X)} y$.

С-но $y = 0$
противоречие.

Здесь разумеется
существование типа
не универсально, если
на K -ур-во
выпуск (0)-линей-
ный g -1 внаиме-
неем,

1143

Пусть X - бихоморфизм K/V
с тождественным X ,
с унив. полнотой
и унив. мощ. полнотой
нормой.

Пусть V - выпускное
замкнутое ли-во
с пустотой
выбренности
в X (может быть
еще требуется
что-нибудь вроде
(0)-замкнутости?)

Как много на
границе V таких
точек, в которых
есть сюръекция к V

интерпретация,
отвечающая,
вполне линейно-
норму функциональ-
ному.

Внутренность
 V необходимо
непустой, поскольку
иначе V может
быть одноточечным.
Или это не
важно
на самом деле?

1144

Гипотеза. Пусть X - банахово
 KN -пр-во, являющееся
фундаментом в $S[0, 1]$, с
полунепрерывной маю-
точно полной нормой.

Пусть $T \in H_b(X \rightarrow L^1)$
т.е.

$\{Tx : \|x\|_X \leq 1\}$ замкнуто
в $L^1(0, 1)$. Тогда сопряжен-
ный

$$T^* : L^* \rightarrow \overline{X}.$$

L^p

L^{1-s}



$\forall x$

$$|x|, |x'| \leq 1$$

$$x = (x_1, x_2)$$

$$z = (z_1, z_2)$$

ϕ_1, ϕ_2

$$\phi_1(\phi_1, \phi_2)$$

$$\phi_1^{1-s} \phi_2^s$$

$$\phi_1' \phi_2'$$

$$z = (z_1, z_2)$$

$$|z_1, z_2|$$

$$(|z_1|, |z_2|)$$

$$z = (z_1, z_2)$$

$$|z| = (|z_1|, |z_2|)$$

$$z^1 \cdot z^2 = (z_1^1 z_1^2, z_2^1 z_2^2)$$

$$|z| \leq |z_1|^{1-s} |z_2|^s$$

$$0 < s < 1$$

$$\phi_1^{1-s} \phi_2^s$$

$$z_1 \in \phi_1$$

$$z_2 \in \phi_2$$

$$(L^p)' = L^q$$

$$(\phi_1^{1-s} \phi_2^s)' =$$

$$= (\phi_1')^{1-s} (\phi_2')^s$$

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

$$f: (-\infty, +\infty)$$

$$\int_0^x f(t) dt = F(x)$$

$$F(x+y) - F(y) =$$

$$= F(x) + f(y)x$$

$$f'(x+y) = f'(x) =$$

$$f(y) = \frac{F(x+y) - F(y) - F(x)}{x}$$

$$f'(y) = \frac{f(x+y) - f(y)}{x}$$

$$2 \frac{f}{x}(x+y) + \frac{f}{x}(x-y) =$$

$$= 2 \frac{f}{x}(x+y)$$

академик А. Н. Крылов
(покажи)

„Научный работник,
который имеет на
обеих сторонах места,
подлежит четвертованию
на Дворцовой площади
Ленинграда.“