Programowanie Zaawansowane FM i NI (C++)
Ćwiczenia 3

Zadanie 1 (prototypy funkcji)

Powróć do kodu z zadania 3 w serii 2. Rozbij wszystkie funkcje na ich prototypy i implementacje.

Zadanie 2 (przeciążenie funkcji, funkcja rekurencyjna, switch/case)

Napisz przeciążone funkcje `ObjKuli`, które przyjmują co najmniej promień *R*.
[wariant 1] : Funkcja zwraca objętość kuli w 3 wymiarach, $^4/_3 \pi R^3$
[wariant 2] : Funkcja dodatkowo przyjmuje wymiar przestrzeni *N* i zwraca objętość *N*-wymiarowej kuli, według wzoru:

$$V_N = \begin{cases} \dfrac{\pi^k}{k!} \cdot r^N & \text{dla } N = 2k \\ \dfrac{2^k \cdot \pi^{k-1}}{N!!} \cdot r^N & \text{dla } N = 2k-1 \end{cases}$$

W funkcji `main` poproś użytkownika o promień oraz wymiar. Za pomocą konstrukcji switch/case zadecyduj, która z funkcji `ObjKuli` się wykona. Po zwróceniu wyniku przez funkcję, wypisz go na ekran. Sprawdź działanie dla promienia 1 i wymiarów 1, 2, 3, 4 z tą tabelą.

Zadanie 3 (liczby pseudolosowe, całka metodą Monte Carlo)

(a) Wiadomo, że funkcja y = $^1/_x$ w przedziale [1, 2] ma przeciwdziedzinę [0.5, 1] oraz że $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2$. Wiadomo też, że na tym samym przedziale $\int_1^2 1\, dx = 1$. Twoim zadaniem będzie wyznaczenie *ln* 2 za pomocą losowania par liczb metodą „Monte Carlo”. W naszym przypadku polega to na losowaniu bardzo duże *N* razy – pary liczb $X \in [1, 2]$ oraz $Y \in [0, 1]$. Jeżeli w jednym akcie losowania pary $Y < 1/X$, to inkrementujemy liczbę sukcesów *S*. Z konstrukcji, ułamek *S*/*N* dąży do *ln* 2 przy $N \to \infty$.

(b) Sprawdź, że możesz użyć tej samej metody do wyznaczenia przybliżenia π, jeśli zauważymy, że pole ćwiartki koła o promieniu 1, $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\, dx = \frac{\pi}{4}$.

Zadanie 4 (liczby pseudolosowe)

Twoim zadaniem jest wylosowanie N = 1 000 000 liczb typu `double` z jednorodnego rozkładu prawdopodobieństwa w przedziale [2, 7] i wyznaczenie średniej oraz dyspersji z otrzymanego rozkładu. Przygotujemy się do tego zadania.

– zakoduj funkcję `double ranGen (double a, double b)`, zwracającą taką liczbę pseudolosową. W funkcji `main` pamiętaj o zrandomizowaniu ziarna.

– aby policzyć średnią i dyspersję, zadeklaruj i zresetuj zmienne `mean` i `stdev`. W każdym kroku pętli, gdy masz wylosowaną liczbę (w zmiennej np. `val`) , dodawaj tak:

```
mean  += val       ;
stdev += val * val ;
```

Dlaczego tak się opłaca? Spójrzmy na definicje: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$.

Widać, że aby otrzymać $\bar{x}$, wystarczy w pętli posumowac x_i, a po pętli podzielić przez N. W przypadku σ, zauważmy że:

$$\sigma^2 \cdot (N - 1) = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - 2\bar{x} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i + \bar{x}^2 \cdot \sum_{i=1}^{N} 1 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N \cdot \bar{x}^2$$

czyli jeśli w pętli posumujemy x_i^2, a po pętli od wyniku odejmiemy $N \cdot \bar{x}^2$, podzielimy przez (N - 1), a na całość nałożymy √ , to dostajemy σ.

__Sprawdzenie__: dyspersja rozkładu płaskiego w dziedzinie x szerokości 1 wynosi $1/\sqrt{12}$. Zatem dla rozkładu o szerokości 5, będzie to: 1.4434 .