

Zadania z części klasycznej

1. Jądro atomowe porusza się z energią kinetyczną $T = 1$ MeV na nukleon. Ile wynosi długość fali de Broglie'a typowego nukleonu tego jądra? Załóż upraszczająco, że nukleony w jądrze się nie poruszają. Przyjmij $m_N c^2 = 938.5$ MeV. Możesz skorzystać z faktu, że $\hbar c = 197.3$ MeV fm.

2. Nukleon porusza się z energią kinetyczną $T = 1$ MeV. Wyznacz parametry lorentzowskie: β i γ dla tej cząstki.

3. Jądro ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ rozpędzone do energii kinetycznej $T^L = 80$ MeV rozprasza się elastycznie na jądrze ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ w stacjonarnej tarczy.

– Jak zależy energia kinetyczna rozproszonego jądra ${}^{24}\text{Mg}$ w układzie Lab od polarnego kąta rozproszenia w układzie CM, tj. $T^L_{\text{Rozp. Mg}} = f(\theta^C)$?

– Co potrzeba, aby otrzymać zależność powyższej energii w funkcji kąta polarnego θ^L ?

Otrzymane zależności możesz wyrysować np. w aplikacji [RechnerOnline](#) oraz porównać w [kalkulatorze kinematyki 2-ciałowej NRV](#).

4. Dla wspomnianego wyżej rozproszenia elastycznego rozpatrz jądro tarczy. Zostało ono odrzucone pod kątem ϕ^L (lub ϕ^C) w układzie Lab (lub CM).

– Znajdź związek między kątami: ϕ^C a θ^C , a następnie zależności: $\phi^L = f(\theta^C)$ i $\phi^L = f(\phi^C)$.

– Znajdź zależność energii kinetycznej rozproszonego jonu tarczy od ϕ^C : $T^L_{\text{Rozp. Zr}} = f(\phi^C)$

– Co trzeba zrobić, aby otrzymać powyższą zależność w funkcji ϕ^L : $T^L_{\text{Rozp. Zr}} = f(\phi^L)$?

5. Jądro ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ rozpędzone do energii $T^L = 80$ MeV rozprasza się elastycznie na jądrze ${}^{12}_6\text{C}$.

– Wykreśl zależność $\theta^L = f(\theta^C)$. Co z niej wynika?

– Wyznacz maksymalny kąt emisji jądra ${}^{24}\text{Mg}$ w układzie Lab.

6. Pewne jądro, rozpędzone do energii kinetycznej T^L (w układzie Lab) zderza się z drugim, identycznym jądrem atomowym. W wyniku zderzenia elastycznego rozprasza się ono pod kątem θ^C (liczonym w układzie CM obu jąder).

– Wyznacz zależność $\theta^L = f(\theta^C)$.

– Wyznacz zależność $T^L_3 = f(\theta^C, T^L)$

Uwaga: skorzystaj z trygonometrycznych wzorów redukcyjnych i skróć wyniki do końca.

7. Jądro atomowe wiązki rozpędzono do energii kinetycznej $T^L = 100$ MeV i nakierowano na tarczę wykonaną z jąder z tego samego izotopu. Ustawiony pod kątem $\theta^L = 30$ deg detektor zarejestrował jądro rozproszone o tej samej masie i o energii kinetycznej $T^L_3 = 75$ MeV. Uzasadnij, czy był to przypadek rozproszenia elastycznego? Jaki był kąt rozproszenia θ^C ?

8. W eksperymencie jony wiązki $^{36}_{18}\text{Ar}$ były rozpędzane do $T^L = 150 \text{ MeV}$ i zderzały z jonami tarczy $^{36}_{18}\text{Ar}$. Wśród różnych reakcji, zaobserwowano transfer 1 neutronu z jonu wiązki do jonu tarczy. Wiedząc, że: $m(^{35}_{18}\text{Ar}) = 34,9753 \text{ u}$, $m(^{36}_{18}\text{Ar}) = 35,9676 \text{ u}$, $m(^{37}_{18}\text{Ar}) = 36,9668 \text{ u}$ oraz $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$,

- Podaj ciepło reakcji Q [MeV]. Czy rozważany transfer mógłby zajść samoistnie?
- Korzystając z zasad zachowania, wyznacz energię kinetyczną jonu wiązki (po transferze) w układzie CM.

9. Jądra ^{24}Mg , rozpędzone w akceleratorze do energii kinetycznej 100 MeV , trafiają na jądra ^{56}Fe stacjonarnej tarczy. Ustawiony pod kątem $\theta^L = 60^\circ$ detektor rejestruje, oprócz przypadków elastycznych, również inne. Detektor zarejestrował jony ^{23}Mg o energii kinetycznej $57,1 \text{ MeV}$. Jest to przypadek transferu 1 neutronu do jądra żelaza, które po zderzeniu będzie mieć $A = 57$.

- Korzystając wyłącznie z powyższych danych, wyznacz ciepło reakcji Q .
Wskazówka: warto najpierw policzyć $(v_3^C)^2$ w funkcji nieznanymi mas $m_{1...4}$, a następnie wstawić ją do wzoru na Q . Dopiero wtedy warto podstawić masy.
- Wyznacz ciepło reakcji dla przypadku braku wzbudzenia produktów na podstawie informacji o masach jąder w stanie podstawowym: $m(^{24}\text{Mg}) = 23,98594 \text{ u}$, $m(^{56}\text{Fe}) = 55,93484 \text{ u}$, $m(^{23}\text{Mg}) = 22,99412 \text{ u}$, $m(^{57}\text{Fe}) = 56,93539 \text{ u}$, gdzie $1 \text{ u} = 931,49 \text{ MeV}/c^2$.
- Czy te wartości się zgadzają? Czy wobec tego zmierzone jądra ^{23}Mg były w stanie podstawowym czy wzbudzonym?

10. Jądro $^{40}_{20}\text{Ca}$ zostało rozpędzone do energii kinetycznej $T^L = 100 \text{ MeV}$. Zbliżając się do identycznego jądra tarczy, podlega oddziaływaniu kulombowskiemu, a następnie zostaje zarejestrowane w detektorze pod kątem $\theta^L = 30^\circ$. Wyznacz:

- parametr zderzenia b , o który pierwotnie poprzecznie rozsunęte były jądra
- odległość $s_{\min}$, na jaką zbliżyły się środki tych jąder
- wartość różniczkowego przekroju czynnego dla jąder rozpraszanych pod tym kątem w jednostkowy kąt bryłowy

11. Wyznacz wysokość bariery kulombowskiej dla reakcji $^{27}_{13}\text{Al}$ z $^{64}_{30}\text{Zn}$, przyjmując wartość parametru $r_0 = 1,2 \text{ fm}$.

12. Jądro $^{24}_{12}\text{Mg}$ rozpędzone do energii kinetycznej w układzie Lab $T^L = 80 \text{ MeV}$ rozprasa się kulombowsko na jądrze $^{90}_{40}\text{Zr}$ w stacjonarnej tarczy. Wyznacz w ramach mechaniki klasycznej:

- T^C : energię jądra wiązki w układzie CM,
 R_C : odległość między środkami jąder w punkcie styku, przyjmując $r_0 = 1.2 \text{ fm}$,
 E_C : energię bariery kulombowskiej oraz
 $s_{\min}^{\text{Min}}$: najmniejsza z odległości najmniejszego zbliżenia, inaczej $s_{\min}(\theta = 180^\circ)$.
- Porównaj: T^C z E_C oraz: R_C z $s_{\min}^{\text{Min}}$. Zdecyduj, czy jądra mogą pokonać barierę kulombowską i się zderzyć?
- Następnie rozpatrz kąt grazing θ_{gr} w CM i Lab.
- Na końcu wyznacz parametr Sommerfelda η . Czy wniosek z jego wartości jest spójny z wnioskami powyżej?

13. Wiązkę $^{84}_{36}\text{Kr}$ o energii kinetycznej $T^L = 600 \text{ MeV}$ zderzano z tarczą wykonaną z $^{209}_{83}\text{Bi}$. Zaobserwowano, że różniczkowy przekrój czynny na rozproszenie zaczyna przybierać wartości mniejsze od wzoru Rutherforda przy kącie rozproszenia $\theta_{\text{CM},1} = 60^\circ$, a przy kącie $\theta_{\text{CM},2} = 67^\circ$ wynosi $\frac{1}{4}$ wartości spodziewanej przez powyższy wzór.

Przyjmując kolejno hipotezy, że każdy z powyższych katów to kąt „grazing”, oblicz w ramach modelu geometrycznego sumę promieni jąder.

Następnie porównaj ją do sumy obliczonej z założenia $r_{\text{jądra}} = 1.2 \text{ fm} \times A^{1/3}$. Jakiego rozmiaru otrzymujesz rozbieżność?

Powtórz rachunek dla wiązki $^{40}_{18}\text{Ar}$ o energii $T^L = 286 \text{ MeV}$ zderzanej z tarczą $^{209}_{83}\text{Bi}$.

14. Przy dwóch wartościach energii kinetycznej pocisku w układzie środka masy wynoszących 100 MeV i 150 MeV wykonano pomiary całkowitego przekroju czynnego na reakcję. Stwierdzono, że wartość tego przekroju czynnego jest większa o 50% dla energii 150 MeV, niż dla energii 100 MeV. Wyznaczyć wartość bariery kulombowskiej dla tej reakcji, zakładając model silnej absorpcji.

15. Jony $^{24}_{12}\text{Mg}$ rozpędzone do energii kinetycznej $T^L = 240 \text{ MeV}$ wpadają do komory rozproszeń w kształcie położonego dnem cylindra o promieniu $R = 30 \text{ cm}$, wypełnionej azotem ($^{14}_7\text{N}$) pod ciśnieniem $p = 0,01 \text{ atm}$ (gęstość powietrza atmosferycznego w warunkach normalnych wynosi $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$). Korzystając z [wykresu straty energii jonu przechodzącego przez absorbent azotowy](#) oszacuj, ile średnio energii ΔE_{Mg} straci jon wiązki przechodząc przez gaz, zanim dotrze do tarczy umieszczonej w środku komory.

Wskazówka: strata energii na wykresie odnosi się do jonu wiązki Al ($Z = 13$). Aby uzyskać stratę energii dla Twojego jonu, zastosuj przybliżenie wzoru Bethe–Blocha:

$$\frac{dE}{dx} \approx \frac{Z_{\text{jonu}}^2}{[T/A]_{\text{jonu}}}$$

16. W pewnym nieelastycznym eksperymencie jądrowym szereg produktów zderzenia pada na detektor teleskopowy złożony z cienkiej warstwy ΔE detektora krzemowego ($^{28}_{14}\text{Si}$) o pewnej grubości Δx , a następnie z grubej warstwy CsI, w której jony grzęzną. Zauważono, że jony ^9_4Be przechodzą przez warstwę ΔE tylko wówczas, gdy ich energia kinetyczna przekracza $T_{\text{PT}} = 85 \text{ MeV}$ (z ang. *PT = punch-through*). Jaka jest grubość Δx warstwy krzemu w tym detektorze? Przyjmij, że dla jonów ^9_4Be o energii kinetycznej $T_0 = 100 \text{ MeV}$ średnia strata energii na jednostkę grubości Si wynosi $\delta = 120 \text{ keV}/\mu\text{m}$. Zastosuj osobno dwa przybliżenia:

(1) $-dE_{\text{kin}}/dx = \text{const}$ (m.in. nie zależy od T cząstki),

(2) $-dE_{\text{kin}}/dx = a / E_{\text{kin}}$, gdzie a jest stałą. Wyznacz ją na podstawie informacji w zadaniu.

17. W eksperymencie cyklotron rozpędza jony $^{24}_{12}\text{Mg}$ do energii kinetycznej $T^L = 120 \text{ MeV}$. Tarcza wykonana z $^{92}_{40}\text{Zr}$ ma grubość $x_{\text{Zr}} = 0.15 \mu\text{m}$. Ponieważ tarcza jest zbyt cienka, aby utrzymać się samodzielnie, wzmocniono ją warstwą z $^{12}_6\text{C}$ o grubości $x_{\text{C}} = 0.20 \mu\text{m}$ (tzw. „podkładka”). W konsekwencji jon wiązki przelatuje najpierw przez podkładkę, a następnie pada na tarczę.

– Gdyby jądro Mg rozproszyło się elastycznie na jądrze podkładki węglowej (a nie na jądrze tarczy), to w jakim zakresie kątów θ^L jądro Mg byłoby obserwowane przez detektory?

(c.d. na nast. stronie)

- Korzystając z [tabel strat energii dla cząstek naładowanych](#) oszacuj, ile średnio energii ΔE_c straci jon wiązki po przejściu przez podkładkę węglową. Gęstość węgla $\rho_c = 2,26 \text{ g/cm}^3$.
- Następnie, jon Mg o energii pomniejszonej o ΔE_c pada na tarczę. Przyjmując, że przeciętnie będzie on oddziaływał z jądrem Zr w połowie grubości tej tarczy, oszacuj, ile energii $\Delta E_{Zr,1/2}$ straci jon wiązki przed oddziaływaniem właściwym. Gęstość cyrkonu $\rho_{Zr} = 6,51 \text{ g/cm}^3$.

18. Jony $^{40}_{18}\text{Ar}$ rozpędzone w akceleratorze do energii kinetycznej $T^L = 250 \text{ MeV}$, rozpraszają się kulombowsko na jądrach tarczy wykonanej z $^{197}_{79}\text{Au}$. W jakim przedziale kątów θ^L bezpiecznie umieścić wąski detektor, aby móc mierzyć rozproszenia kulombowskie:

- Według kryterium $\theta^L < \theta^L_{\text{grazing}}$?
- Według kryterium Cline'a (por. str. 15 wykładu [„Wzbudzenia kulombowskie”](#)) ?

19. Rozproszone kulombowsko jony wiązki z poprzedniego zadania rejestruje pod kątem $\theta^L = 30^\circ$ detektor o przekroju koła o średnicy $d = 3.5 \text{ cm}$, oddalony od tarczy na odległość $R = 70 \text{ cm}$.

- Ile wynosi różniczkowy przekrój czynny na rozproszenie Rutherforda w zadanych warunkach?
- Jaki różniczkowy przekrój czynny obserwuje detektor?
- Wykonana ze złota ($\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$) tarcza ma grubość $\Delta x = 0.2 \text{ }\mu\text{m}$. Jeżeli natężenie jonów wynosi $I = 5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$, to ile jonów na sekundę powinno wpadać do detektora?

20. W eksperymencie jony $^{58}_{28}\text{Ni}$, rozpędzone do energii kinetycznej w laboratorium $T^L = 261 \text{ MeV}$, uderzały w ciekłą tarczę wykonaną z $^{28}_{14}\text{Si}$. W pomiarze tym rozpraszanie Rutherforda posłużyło za sposób na normalizację przekroju czynnego dla innego badanego zjawiska („X”).

Na obwodzie sfery o promieniu $R = 50 \text{ cm}$ ustawiono dwa małe detektory o przekroju koła. Pierwszy, o średnicy $d_R = 5 \text{ mm}$, umieszczono pod kątem $\theta_R^C = 60^\circ$. Dzięki dobranemu oknu energetycznemu, zlicza on tylko przypadki Rutherforda. Drugi detektor ma średnicę $d_X = 10 \text{ mm}$ i zlicza wyłącznie przypadki nieznanego zjawiska X. Rozważ następujące sytuacje:

- Drugi detektor umieszczono pod tym samym kątem ($\theta_X = \theta_R$) ale pod innym φ .
Przyjmij, że zjawisko X jest elastyczne.
- Drugi detektor umieszczono pod kątem $\theta_X^C = 90^\circ$. Przyjmij, że zjawisko X jest elastyczne
- c*) Drugi detektor umieszczono pod $\theta_X^C = 90^\circ$. Nie wiemy, czy zjawisko X jest elastyczne

Po pewnym czasie naświetlania tarczy wiązką, pierwszy detektor zliczył $N_R = 12000$ przypadków, a drugi $N_X = 120$ przypadków.

Wyznacz najpierw na symbolach wzór na różniczkowy przekrój czynny na badane zjawisko $d\sigma_X/d\Omega^C$, mierzone pod kątem θ_X^C . Następnie wyznacz na wartościach: najpierw różniczkowy przekrój czynny Rutherforda pod kątem θ_R^C , a na końcu $d\sigma_X/d\Omega^C$.