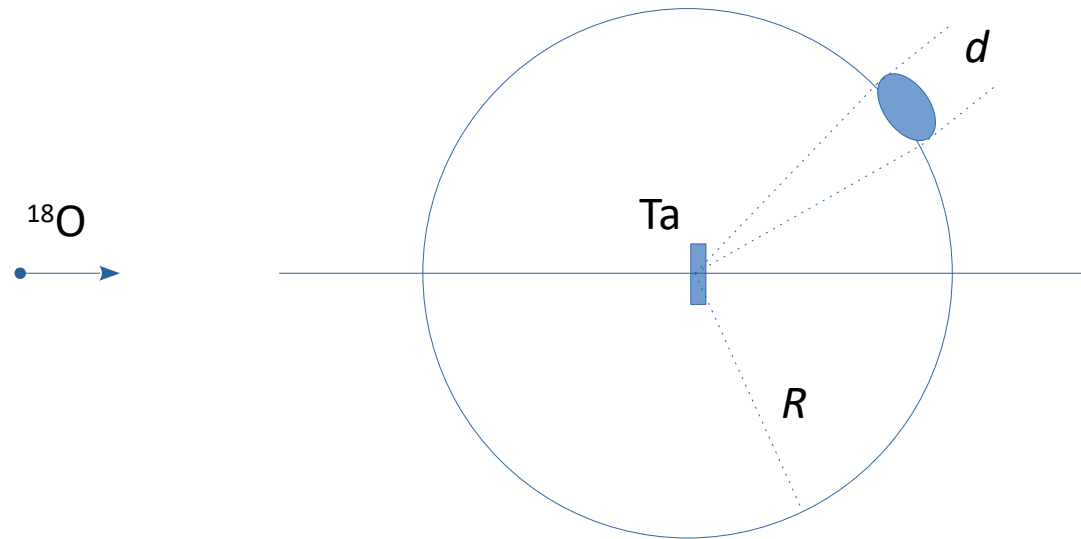


Badanie rozproszenia $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ (1)

- Projektujemy pomiar kontrolny wiązki poprzez pomiar cząstek rozproszonych w polu kulombowskim.

Dysponujemy detektorem krzemowym przesłoniętym diafragmą o średnicy otworu $d = 10$ mm, który możemy umieścić pod dowolnym kątem w odległości $R = 30$ cm od tarczy.

Tarcza jest z tantalu ($Z = 73$, $A = 181$) o gęstości $\rho = 16,69$ g/cm³ i grubości $x = 0,1$ mm. Wiązka ^{18}O ma całkowitą energię kinetyczną $T^L = 126$ MeV.



- Sprawdźmy, czy energia kinetyczna w układzie środka masy jest większa od energii odpychania kulombowskiego stykających się jąder?

Badanie rozproszenia $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ (1)

- Projektujemy pomiar kontrolny wiązki poprzez pomiar cząstek rozproszonych w polu kulombowskim.

Dysponujemy detektorem krzemowym przesłoniętym diafragmą o średnicy otworu $d = 10$ mm, który możemy umieścić pod dowolnym kątem w odległości $R = 30$ cm od tarczy.

Tarcza jest z tantalu ($Z = 73$, $A = 181$) o gęstości $\rho = 16,69$ g/cm³ i grubości $x = 0,1$ mm. Wiązka ^{18}O ma całkowitą energię kinetyczną $T^L = 126$ MeV.

- Sprawdźmy, czy energia kinetyczna w układzie środka masy jest większa od energii odpychania kulombowskiego stykających się jąder?

$$T^C = 126 \text{ MeV} \cdot \frac{181}{181 + 18} = 114,6 \text{ MeV}$$

$$E_C = 1,44 \text{ MeV fm} \frac{8 \cdot 73}{1,2 \text{ fm} (\sqrt[3]{18} + \sqrt[3]{181})} = 84,7 \text{ MeV}$$

$$R_C = 1,2 \text{ fm} (\sqrt[3]{18} + \sqrt[3]{181}) = 9,9 \text{ fm}$$

Czyli reakcja jądrowa może zachodzić.

(2) Czy jony wiązki wydostaną się z tarczy?

► Środowisko **SRIM/TRIM** do oceny straty energii cząstki w tarczy (absorbencje)

→ m.in. [straty jonu X w dowolnej tarczy]
lub [straty dowolnego jonu w tarczy X]

Wykresy strat energii: www.srim.org/SRIM/SRIMPICS/STOPPLOTS.htm

- $T^L/A_1 = 126 \text{ MeV}/18 = 7000 \text{ keV/A}$

→ $\langle -dE/dx \rangle|_{s1} \approx 1000 \text{ eV} \cdot \text{cm}^2/10^{15}$

- Czym jest ta jednostka?

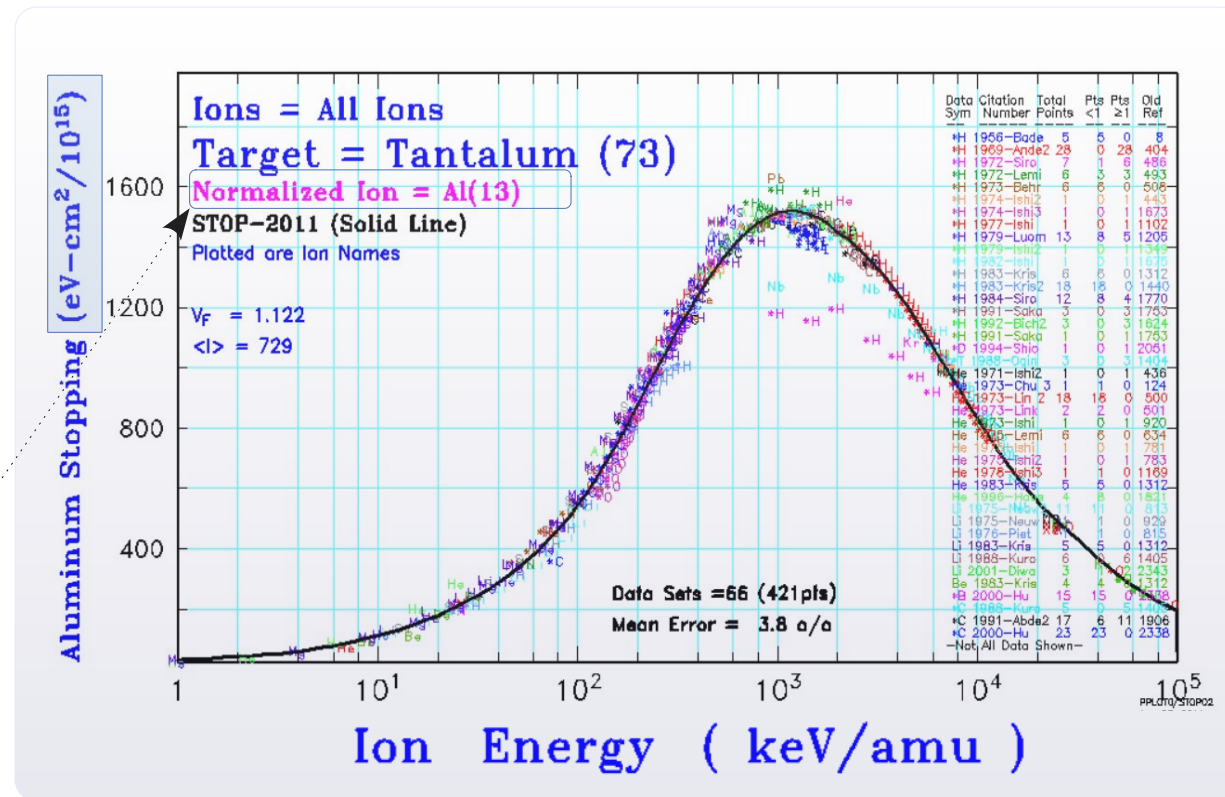
Wartość straty energii jest podana na 1 atom w tarczy o przekroju 1 cm^2 .

- Wartości dE/dx dla różnych jonów wiązki są przeskalowane do jonów ^{13}Al . Podstawą jest przybliżone działanie wzoru Bethe–Blocha:

$$\left\langle \frac{-dE}{dx} \right\rangle \sim \frac{M Z^2}{T^L} \bigg|_{\text{Jonu}} \sim \frac{Z^2}{T^L/A} \bigg|_{\text{Jonu}}$$

- Aby odzyskać dE/dx dla naszego jonu:

$$\left. \frac{-dE}{dx} \right|_{\text{Jon X}} = \left. \frac{-dE}{dx} \right|_{^{13}\text{Al}} \times \left(\frac{Z_{\text{Jon X}}}{Z_{\text{Al}}} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad \left\langle \frac{-dE}{dx} \right\rangle \bigg|_{^{18}\text{O, na jedn. S1}} \sim 400 \text{ eV} \cdot \text{cm}^2/10^{15}$$



(2) Czy jony wiązki wydostaną się z tarczy?

- Q: Policzmy ilość atomów w 1 cm^2 tarczy o naszej grubości.

Tarcza ^{181}Ta ma grubość $x = 0,1 \text{ mm}$. $\rho_{\text{Ta}} = 16,69 \text{ g/cm}^3$

n = koncentracja atomów [$1/\text{cm}^3$]

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{\mu}$$

$$\rightarrow n = 5,6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$N_{s1}(x)$ – liczba atomów w tarczy o grubości x i przekroju $S_1 = 1 \text{ cm}^2$

$$N_{s1}(x) = n \cdot x = 5,5 \cdot 10^{20} \text{ at/cm}^2 \quad (\text{dla tarczy o grubości } 0,1 \text{ mm i przekroju } 1 \text{ cm}^2)$$

- Wcześniej otrzymaliśmy $\langle -dE/dx \rangle|_{s1} \approx 0,4 \text{ keV} \cdot \text{cm}^2 / 10^{15} \text{ at.}$

Jest to wartość straty energii, gdyby $N_{s1} = 1 \text{ atom} / \text{cm}^2$.

Strata energii w naszej tarczy:

$$-\Delta E = 0,4 \text{ keV} \cdot \text{cm}^2 / 10^{15} \text{ at.} \cdot 5,5 \cdot 10^{20} \text{ at. cm}^{-2} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ keV} = 220 \text{ MeV} !!$$



Taka tarcza jest zdecydowanie za gruba...

Wniosek: tarcza powinna być o ok. 2 rzędy wielkości cieńsza, aby efekt strat energii (dodatkowy wobec Rutherforda) nie zaburzył znacznie rezultatów.

- Przyjmujemy więc tarczę o grubości $0,001 \text{ mm}$  $N_{s1} = 5,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$.

Planowanie kąta θ^L detektora (3)

- Trzeba zaplanować kąt θ^L umieszczenia detektora, który musi być mniejszy niż kąt *grazing*. Policzmy θ_{gr} . Najpierw w CM, a następnie przenieśmy go do Lab.

$$\theta_{gr}^C = 2 \arcsin \left(\frac{1}{2 \frac{T^C}{E_C} - 1} \right)$$

$$\theta_{gr}^C = 2 \arcsin \left(\frac{1}{2 \cdot \frac{114,6}{84,7} - 1} \right) = 71,7^\circ$$

- Transformacja do układu laboratoryjnego:

$$\tan \vartheta_{gr}^{LAB} = \frac{\sin \theta_{gr}^C}{\cos \theta_{gr}^C + \frac{A_1}{A_2}} = \frac{\sin 1,25}{\cos 1,25 + \frac{18}{181}} = 2,30$$

$$\vartheta_{gr}^{LAB} = 1,16 = 66,5^\circ$$



Bezpiecznie wybrać mniejszy kąt, np. 45°
(daleko od kierunku wiązki i od kąta "grazing")

(3) Planowanie kąta θ^L detektora

- Zaplanowany kąt θ^L rozproszenia 45° w laboratorium trzeba przeliczyć na kąt θ^C (w CM).

$$\tan 45^\circ = \frac{\sin \theta^C}{\cos \theta^C + \frac{A_1}{A_2}}$$

$$\sin \theta^C = \cos \theta^C + \frac{A_1}{A_2}$$

$$\sin \theta^C = \cos \theta^C + \frac{18}{181}$$

$$\theta^C = 0,8558 \approx 49^\circ$$

- Warto sprawdzić, czy odległość największego zbliżenia jest większa od sumy promieni jąder.

$$s_{MIN} = \frac{\kappa}{\mu v_\infty^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta^C}{2}} \right) = \frac{R_C E_C}{2 T^C} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta^C}{2}} \right)$$

$$s_{MIN} = R_C \frac{84,7}{2 \cdot 114,6} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{0,8558}{2}} \right) = R_C \cdot 1,26$$

⇒ $s_{MIN} - R_C \approx 2,6 \text{ fm}$

⇒ Wg. modelu geometrycznego OK. Ale oddz. jądrowe są już nieco wcześniej. Istnieje tzw **kryterium Cline'a** (doświadczalne), stanowiące „granice bezpieczeństwa”, aby nie dochodziło do oddziaływań jądrowych:

$s_{min} - R_C \geq 5 \text{ fm.}$ ⇒ Bezpieczniej zmniejszyć kąt θ^L na np. 30° ...

(3) Planowanie kąta θ^L detektora

- Po zmianie kąta θ^L na 30° , trzeba przeliczyć na θ^C .

$$\begin{array}{l|l} \tan 30^\circ = \frac{\sin \theta^C}{\cos \theta^C + \frac{A_1}{A_2}} & \sqrt{3} \sin \theta^C = \cos \theta^C + \frac{18}{181} \\ \sqrt{3} \sin \theta^C = \cos \theta^C + \frac{A_1}{A_2} & \theta^C = 0,5773 \approx 33^\circ \end{array}$$

- Ponownie trzeba sprawdzić, czy Kryterium Cline'a jest spełnione:

$$s_{MIN} = \frac{\kappa}{\mu v_\infty^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta^C}{2}} \right) = \frac{R_C E_C}{2 T^C} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta^C}{2}} \right)$$
$$s_{MIN} = R_C \frac{84,7}{2 \cdot 114,6} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{0,5773}{2}} \right) = R_C \cdot 1,68$$

⇒ $s_{MIN} - R_C \approx 6,7 \text{ fm}$

⇒ Teraz odległość jest wyraźnie większa od 5 fm



(4) Obliczanie przekroju czynnego

- Obliczmy różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie Rutherforda :

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Ruth, CM} = \left(\frac{E_C R_C}{4 T^C} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{\theta^C}{2} \right)} = (9,9 \text{ fm})^2 \left(\frac{84,7}{4 \cdot 114,6} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{0,5733}{2} \right)} \frac{1}{sr}$$

$$= 98,01 \text{ fm}^2 \cdot 0,03414 \cdot 156,5 \frac{1}{sr} = 523 \frac{\text{fm}^2}{sr}$$

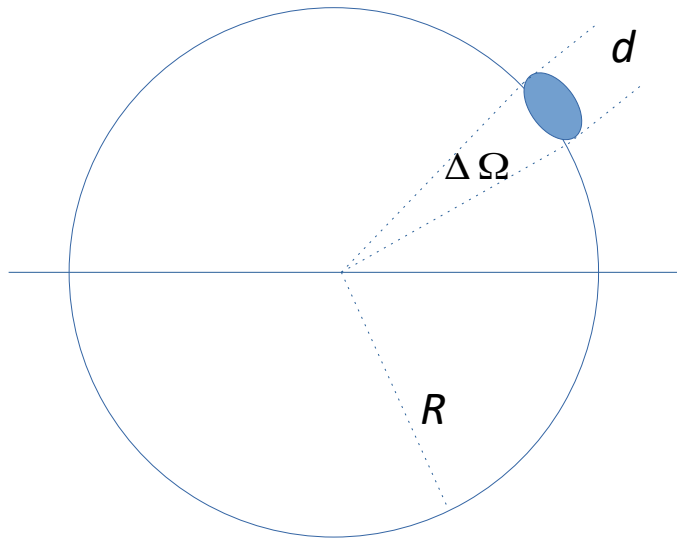
$$1 \text{ fm}^2 = 10^{-30} \text{ m}^2 = 0,01 \text{ b} \quad \longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 5,2 \frac{\text{b}}{sr}$$

- Transformacja $d\sigma/d\Omega$ do układu LAB :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth, Lab} = 5,2 \frac{\text{b}}{sr} \cdot \frac{\left(1 + \left(\frac{18}{181} \right)^2 + 2 \frac{18}{181} \cos 0,5733 \right)^{3/2}}{1 + \frac{18}{181} \cos 0,5733} = 6,2 \frac{\text{b}}{sr}$$

(4) Obliczanie przekroju czynnego

- Kąt bryłowy, który obejmuje detektor, obliczymy z proporcji:



$$\frac{\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2}{4\pi R^2} = \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

$$\Delta\Omega = \frac{\pi (d/2)^2}{R^2} = \frac{3,14 \text{ cm}^2}{4 \cdot 30^2 \text{ cm}^2} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ sr}$$

- Przekrój czynny na emisję w kąt bryłowy obejmujący detektor:

$$\Delta\sigma_{det} = \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Ruth, Lab} \cdot \Delta\Omega = 6,2 \frac{b}{sr} \cdot 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ sr} = 5,4 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$$

(5) Obliczanie częstotliwości rejestracji

- Załóżmy, że intensywność wiązki I_{Beam} wynosi 10^9 jonów/s.
Jak wyznaczyć intensywność cząstek wpadających do detektora?
Dla tarczy o b. małej grubości mamy (por. Wykład cz. I str. 15) :

$$N_{\text{out}} = N_{\text{beam}} \cdot \sigma \cdot \underbrace{n_{\text{tarcza}} \Delta x}$$

$$I_{\text{det}} = I_{\text{beam}} \cdot \sigma \cdot N_{\text{S1, tarcza}}$$

$$I_{\text{det}} = 10^9 \frac{1}{\text{s}} \cdot 5,4 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2 \cdot 5,5 \cdot 10^{18} \text{ at/cm}^2 = 29,7 \frac{1}{\text{s}}$$

- Detektor półprzewodnikowy może bez problemów rejestrować nawet 10^4 cząstek/s.
Oznacza to, że intensywność wiązki może być większa o czynnik 100+.