

# Warsztaty: obliczanie kwantowych przekrojów czynnych

- Rozpatrzmy oddziaływanie niskoenergetycznych neutronów z jądrem atomowym. Pewien model opisuje je przy użyciu następujących wartości parametru rozproszenia  $\eta$ :

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |

Jaką zależność od kąta  $\theta$  w różniczkowym przekroju czynnym na rozpraszanie przewiduje ten model?

Przyjmij, że energia kinetyczna w układzie CM jest taka, że wyrażenie  $1/k^2 = A = \text{const.}$

# Warsztaty: obliczanie kwantowych przekrojów czynnych

- Rozpatrzmy oddziaływanie niskoenergetycznych neutronów z jądrem atomowym. Pewien model opisuje je przy użyciu następujących wartości parametru rozproszenia  $\eta$ :

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |

Jaką zależność od kąta  $\theta$  w różniczkowym przekroju czynnym na rozpraszanie przewiduje ten model?

Przyjmij, że energia kinetyczna w układzie CM jest taka, że wyrażenie  $1/k^2 = A = \text{const.}$

- Przypomnijmy:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Rozp.}} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-\eta_l)P_l(\cos\theta) \right|^2$$

Jak widać, suma składa się tylko z 2 składników. Potrzebujemy 2 wielomianów Legendre'a.

Ogólna postać:

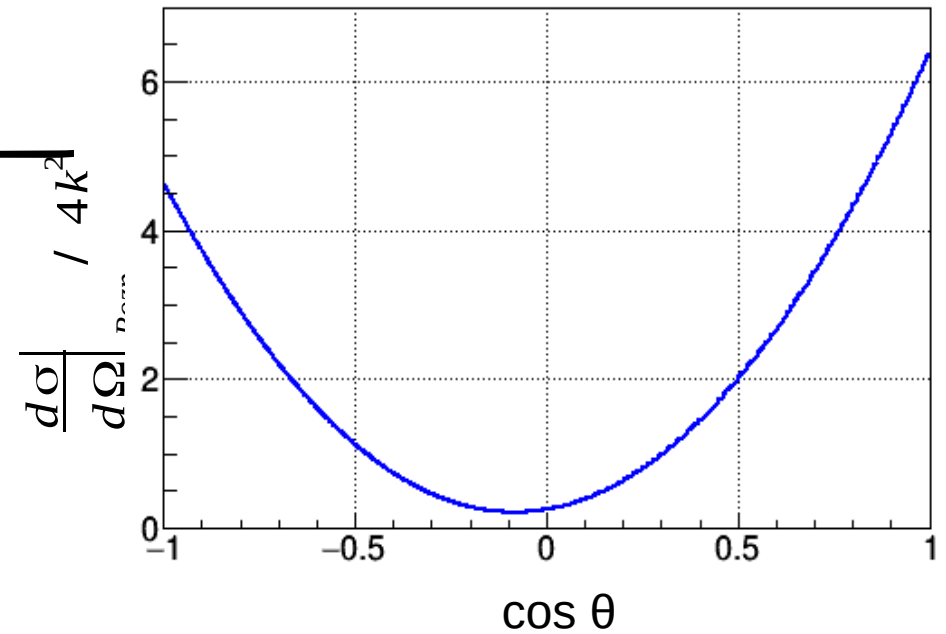
$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2-1)^n]$$



$$P_0 = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Rozp.}} &= \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - \eta_l) P_l(\cos\theta) \right|^2 \\
\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Rozp.}} &= \frac{A}{4} \left| 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \underbrace{P_0(\cos\theta)}_1 + 3 \cdot \left(1 - \frac{1-i}{\sqrt{2}}\right) \cdot \underbrace{P_1(\cos\theta)}_{\cos\theta \equiv x} \right|^2 \\
&= \frac{A}{4} \left| \frac{1}{2} + 3 \frac{\sqrt{2} - 1 + i}{\sqrt{2}} x \right|^2 = \frac{A}{4} \left| \left( \frac{1}{2} + 3 \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} x \right) + i \frac{3}{\sqrt{2}} x \right|^2 \\
&= \frac{A}{4} \left[ \left( \frac{1}{2} + 3 \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} x \right)^2 + \left( \frac{3}{\sqrt{2}} x \right)^2 \right] \\
&= \frac{A}{4} \left[ \frac{1}{4} + 3 \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} x + 9 \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} x^2 + \frac{9}{2} x^2 \right] \\
&= \frac{A}{4} \left[ \frac{1}{4} + 3 \underbrace{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}}_0.88 x + 9 \underbrace{(2 - \sqrt{2})}_{5.27} x^2 \right]
\end{aligned}$$



► Wyznaczmy całkowity przekrój czynny na rozpraszanie w tym modelu.

• Przypomnijmy: 
$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - \eta_l|^2$$

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |

► Wyznamy całkowity przekrój czynny na rozpraszanie w tym modelu.

• Przypomnijmy: 
$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - \eta_l|^2$$

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{\pi}{k^2} \left[ \left| 1 - \frac{1}{2} \right|^2 + 3 \left| 1 - \frac{1-i}{\sqrt{2}} \right|^2 \right] \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{1}{4} + 3 \left| \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + i \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right|^2 \right] = \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{1}{4} + 3 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + 3 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{2} (2 - 2\sqrt{2} + 1) + \frac{3}{2} \right] = \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{2} (4 - 2\sqrt{2}) \right] = \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{1}{4} + 3(2 - \sqrt{2}) \right] \\ &\approx 2,0 \frac{\pi}{k^2} \end{aligned}$$



Na koniec wyznaczmy całkowity przekrój czynny na reakcję .

• Przypomnijmy: 
$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |\eta_l|^2)$$

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |



Na koniec wyznaczmy całkowity przekrój czynny na reakcję.

• Przypomnijmy: 
$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |\eta_l|^2)$$

| $l$        | $\eta_l$         |
|------------|------------------|
| 0          | 1/2              |
| 1          | $(1-i)/\sqrt{2}$ |
| 2 i więcej | 1                |

$$\begin{aligned} \sigma_R &= \frac{\pi}{k^2} \left[ \left( 1 - \left| \frac{1}{2} \right|^2 \right) + 3 \left( 1 - \left| \frac{1-i}{\sqrt{2}} \right|^2 \right) \right] = \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{3}{4} + 3 \left( 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - \left( \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2 \right) \right] = \frac{\pi}{k^2} \left[ \frac{3}{4} + 3 \left( 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{4} \frac{\pi}{k^2} \end{aligned}$$