

Zadania domowe z Mechaniki Klasycznej B - Seria bonusowa

Zadanie 1

Jest małe prawdopodobieństwo na pojawienie się tw. Noether.

Zadanie 2

Znaleźć ekstrema funkcjonałów:

$$I[y] = \int_0^1 \sqrt{1 + (y')^2} dx, \text{ gdzie } y(0) = y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I[y] = \int_0^\pi (4y \cos x + y'^2 - y^2) dx, \text{ gdzie } y(0) = y(\pi) = 0$$

$$I[y] = \int_0^e (xy'^2 + yy') dx, \text{ gdzie } y(1) = 0, y(e) = 1$$

Zadanie 3

Zgodnie z zasadą Fermata w optycznie niejednorodnym ośrodku światło rozprze-strzenia się z punktu $A(x_0, y_0)$ do punktu $B(x_1, y_1)$ wzdłuż krzywej, dla której czas τ przebycia drogi przez światło będzie najkrótszy. Jeżeli równanie szukanej krzywej jest postaci $y = y(x)$, to

$$\tau = \int_{x_0}^{x_1} \frac{\sqrt{1 + y'^2}}{v(x, y)} dx$$

gdzie $v(x, y)$ to prędkość rozchodzenia się światła. Znaleźć równanie różniczkowe trajektorii ruchu światła.