

# Mechanika Klasyczna B

## Seria zadań nr 1

1. Wykazać, że:

$$\text{I } (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{c}((\vec{a} \times \vec{b})\vec{d}) - \vec{d}((\vec{a} \times \vec{b})\vec{c})$$

$$\text{II } \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\text{III } (\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a}\vec{b})^2 = a^2b^2, \text{ gdzie } a = |\vec{a}|, b = |\vec{b}|$$

$$\text{IV } (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c}) = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})\vec{a}$$

2. Krzywoliniowy układ współrzędnych  $(u, v, \phi)$  jest definiowany przez równości:

$$x = uv \cos \phi$$

$$y = uv \sin \phi$$

$$z = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$$

Sprawdź ortogonalność tego układu, oblicz współczynniki Lamégo, wersory styczne; podaj postać metryki i operatora  $\vec{\nabla}$  w tym układzie.

3. Krzywa w  $R^3$  zadana jest przez równości:

$$x = R \cos 2\pi t$$

$$y = R \sin 2\pi t$$

$$z = \frac{1}{2}t^2$$

Oblicz wektory  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ , oraz oblicz z równań Freneta krzywiznę oraz torsję.