

Zadania domowe - seria 5

Zadanie 1

Cząstka porusza się w polu siły o potencjale

$$V(x) = -\frac{\alpha}{r^n} \quad \alpha, n > 0$$

i w chwili początkowej znajduje się w skończonej odległości  $r_0$  od centrum siły. Czy liczba obrotów, jakie wykona cząstka wokół centrum przy zbliżaniu się do niego, będzie skończona? Jaka będzie liczba obrotów przy oddalaniu się cząstki do nieskończoności?

Zadanie 2

Cząstka poruszająca się po płaszczyźnie jest przyciągana przez siłę postaci

$$\vec{F} = -\frac{k\vec{r}}{r^4}$$

Wyprowadzić równania ruchu we współrzędnych biegunowych i znaleźć trajektorię cząstki.

Zadanie 3

Rozpatrzyć Lagrangian dla jednowymiarowego ruchu postaci

$$L = e^{\gamma t} \left( \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - \frac{1}{2} k q^2 \right)$$

gdzie  $\gamma, m, k$  są stałymi dodatnimi. Jakie jest równanie Lagrange'a dla tego ruchu? Znaeźć i omówić jego rozwiązania.

*Wskazówka*

Założyć postać rozwiązań  $q \sim e^{\alpha t}$ .