

Zadania domowe z Mechaniki Klasycznej B - Seria 6

Zadanie 1

Punkt materialny porusza się pod wpływem siły ciężkości, bez tarcia, po linii śrubowej:

$$x = a \cos \phi, \quad y = a \sin \phi, \quad z = b\phi$$

gdzie $a, b > 0$. Oś z skierowana jest do góry. Znaleźć ruch i siły reakcji.

Wskazówka: użyć wzorów Freneta (niech $s(t) = \int_{t_0}^t |\dot{\vec{r}}(t')| dt'$):

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho} \vec{n}, \quad \frac{d\vec{n}}{ds} = -\frac{1}{\rho} \vec{t} + \tau \vec{b}, \quad \frac{d\vec{b}}{ds} = -\tau \vec{n}$$

gdzie ρ i τ to odpowiednio krzywizna i skręcenie krzywej. Wektor \vec{t} zdefiniowany jest następująco:

$$\vec{t} = \frac{d\vec{r}}{ds}$$

Wektory $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ stanowią bazę ortonormalną. Równania ruchu w tej bazie mają postać:

$$m\ddot{s} = F_t, \quad \frac{m\dot{s}^2}{\rho} = R + F_n$$

gdzie $R = |\vec{R}|$ siła reakcji więzów, $F_t = \vec{F} \cdot \vec{t}$ oraz $F_n = \vec{F} \cdot \vec{n}$.

Zadanie 2

Prosta przecinająca oś pionową (zgodną z \vec{g}) pod kątem α obraca się dookoła tej osi ze stałą prędkością kątową ω . Na prostej porusza się bez tarcia punkt materialny o masie m . Wyznaczyć ruch tego punktu. Przedyskutować różne α .

Zadanie 3

Narciarz zjeżdża w płaszczyźnie pionowej (x, y) ze szczytu zbocza o profilu parabolicznym danym równaniem $y = a/2x^2$, $a > 0$. Przyspieszenie skierowane jest zgodnie z pionową osią y . W $t = 0$ narciarz znbajduje się na szczycie $(0, 0)$, a skierowana poziomo prędkość narciarza V_0 . Znajdź prędkość narciarza $V(x)$ i siły reakcji. Czy narciarz oderwie się od stoku? Jeśli tak, to w jakim punkcie? Podać równanie toru po ewentualnym oderwaniu się.