Zadania domowe z Mechaniki Klasycznej B
Seria 9

Zadanie 1

Napisać równania Hamiltona, dla cząstki swobodnej, której funkcja Lagrange'a ma postać : $L(x,\dot{x}) = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) - mgz$. Jakie są tu całki ruchu?

Zadanie 2

Wyznaczyć funckję Hamiltona dla oscylatora anharmonicznego, którego funkcja Lagrange'a ma postać: $L(x,\dot{x}) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}\omega^2 x^2 - \alpha x^3 + \beta x\dot{x}^2$. Napisać równania Hamiltona.

Zadanie 3

Przy pomocy równań Hamiltona znaleźć ruch 2-wymiarowego oscylatora harmonicznego, którego $T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$ i $V = \frac{1}{2}K(x^2 + y^2) + Cxy$, gdzie $K, C = const.$ Wskazówka: Wprowadzić nowe zmienne $\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$ i $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - y)$, oraz dla $a = a(p,q,t)$ mamy $\frac{da}{dt} = [a, H] + \frac{\partial a}{\partial t}$

Zadanie 4

Dana jest cząstka punktowa o masie m i ladunku q. Znaleźć postać równania Hamiltona-Jacobiego, jeżeli $\vec{A} = \vec{A}(\vec{x},t), \Phi = \Phi(\vec{x},t)$. Dla jakich postaci funkcji $\vec{A}$ i Φ można rozseparować funkcję tworzącą S?

Zadanie 5

Przedyskutować zagadnienie dwóch ciał, oddziałujących potencjałem $V = -\frac{\alpha}{r}$ (zagadnienie Keplera) przy użyciu metody Hamiltona-Jacobiego. Wsk: $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + \frac{\alpha}{r}$