

**Matematyka I, zadania domowe, seria V**

- Zad. 1.** Podziel wielomian  $(x^4 + 5x^2 + 7x + 1)$  przez wielomian  $(x - 1)$ .
- Zad. 2.** Znajdź odległość między wierzchołkami parabol  $y = 2x^2 + 4x + 3$ ,  $y = -x^2 + 4x - 7$ .
- Zad. 3.** Rozwiąż równanie  $2x^6 + 3x^5 - 10x^4 - 14x^3 + 9x^2 + 8x - 4 = 0$ .
- Zad. 4.** Rozwiąż nierówność  $\frac{x^3+x^2+2}{x^2+x-2} < \frac{2}{(x-1)^2}$ .
- Zad. 5.** Wiedząc, że równanie  $x^3 - 6x + 3 = 0$  ma trzy pierwiastki  $x_1, x_2, x_3$ , oblicz  $(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2$ .
- Zad. 6.** Pierwiastki wielomianu  $x^3 + ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ , spełniają  $x_1^2 = x_2^2 = x_3^2$ . Znajdź te pierwiastki, jeżeli  $b=1$ .
- Zad. 7.** Dla jakich wartości parametru  $c$ , równanie  $x^3 + x^2 - c = 0$  ma dokładnie jedno rozwiązanie?
- Zad. 8.** Niech  $N$  będzie parzystą liczbą naturalną. Znajdź liczby całkowite  $l$ , dla których funkcja

$$f_N(x) = \frac{\prod_{k=1}^N (x - 2k)}{\prod_{k=1}^N (x + 2k)} = \frac{(x - 2)(x - 4)\dots(x - 2N)}{(x + 2)(x + 4)\dots(x + 2N)}$$

przyjmuje ujemne wartości. Innymi słowy, znajdź zbiór  $\{l : f_N(l) < 0 \wedge l \in \mathbb{Z}\}$ .

**Odpowiedzi (i ew. podpowiedzi)**

1.  $x^3 + x^2 + 6x + 13 + \frac{14}{x-1}$
2. 5
3.  $-2, -1, \frac{1}{2}, 2, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
4.  $] - \infty, -2[ \cup ] - \sqrt{3}, 1[ \cup ] 1, \sqrt{3}[$
5.  $(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 = 12$  (Podnieś do kwadratu  $x_1 + x_2 + x_3$ .)
6.  $x_1 = x_2 = x_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
7.  $c < 0$  lub  $c > \frac{4}{27}$  ( $x^3 + x^2 - (1 + x_0)x_0^2 = (x - x_0)[x^2 + (1 + x_0)x + (1 + x_0)x_0]$ )
8.  $\{4k - 1 : 1 \leq k \leq \frac{N}{2} \wedge k \in \mathbb{N}\} \cup \{-4k + 1 : 1 \leq k \leq \frac{N}{2} \wedge k \in \mathbb{N}\}$  (Zamień iloraz na iloczyn.)