

## Matematyka I, zadania domowe seria III

1. Zredukuj następujące wyrażenia:

a)  $\cos(x - \pi)$

b)  $\tan\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$

c)  $\cot\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)$

d)  $\sin\left(\frac{7}{2}\pi - x\right)$

2. Rozwiąż równania:

a)  $\tan(x) \sin(2x) = \frac{1}{2}$

b)  $\frac{\sin(x) \tan(x)}{\cos(x) \cot(x)} + \sin^2(x - \pi) + \cos^2(x + \pi) = 0$

c)  $\left[\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{5}{2}\pi - x\right) + \cot\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)\right] \tan(x) = 3$

3. Rozwiąż nierówności:

a)  $4 \sin(x) \cos(x) < -1$

b)  $\tan(x)[1 + \sin(2x)] + \cos(2x) \geq 0$

c)  $2 \cos\left(2x + \frac{1}{2}\pi\right) \tan\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) > 1$

4. Rozwiąż równania:

a)  $\cot^2(x) + \cot(x) - 3 \tan(x) = 3$ , w zbiorze  $]0, \pi[$

b)  $4 \sin(x) - 2 \sin(2x) = \tan(x)$ , w zbiorze  $]-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi[$

5. (\*) Rozwiąż nierówności:

a)  $\cos(4x) \geq \cos(2x)$  w zbiorze  $]0, 2\pi[$

b)  $3 \sin x + 2 \cot x \sin^2 x - 4 \sin^3 x > 0$  w zbiorze  $]0, 2\pi[$  *Wskazówka:*  $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ ,  
 $\cos \frac{4\pi}{5} = \frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ .

6. Wyprowadź wzory:

a)  $\sin(3x) = 3 \sin(x) - 4 \sin^3(x)$

b)  $\tan(x) + \cot(y) = \frac{\cos(x-y)}{\cos(x) \sin(y)}$

## Odpowiedzi

1a)  $-\cos(x)$

1b)  $-\cot(x)$

1c)  $\tan(x)$

1d)  $-\cos(x)$

2a)  $x \in \left\{ \left(k \pm \frac{1}{6}\right) \pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

2b)  $x \in \left\{ \left(k - \frac{1}{4}\right) \pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

2c)  $x \in \left\{ \left(k \pm \frac{1}{3}\right) \pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

3a)  $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}} \left] \frac{7}{12} \pi + k\pi, \frac{11}{12} \pi + k\pi \right[$

3b)  $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}} \left[ -\frac{1}{4} \pi + k\pi, \frac{1}{2} \pi + k\pi \right[$

3c)  $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}} \left] -\frac{1}{3} \pi + k\pi, \frac{1}{3} \pi + k\pi \right[$

4a)  $x \in \left\{ \frac{1}{6} \pi, \frac{3}{4} \pi, \frac{5}{6} \pi \right\}$

4b)  $x \in \left\{ -\frac{1}{3} \pi, 0, \frac{1}{3} \pi \right\}$

5a)  $x \in \left] \frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12} \right[ \cup \left] \frac{17\pi}{12}, \frac{19\pi}{12} \right[$

5b)  $x \in \left] 0, \frac{2\pi}{5} \right[ \cup \left] \frac{4\pi}{5}, \pi \right[ \cup \left] \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5} \right[$