

# Matematyka I, seria 5

1. Znaleźć granice następujących ciągów:

(a)  $\frac{2^n}{n!}$ , (b)  $\frac{4^n + (-3)^n}{\sqrt{n!}}$ , (c)  $\frac{n3^n + 2n^5 - 5}{n! + 1}$ ,

(d)  $\sqrt[n]{1 + 2^n/n^2 + 3^n/n^3 + \dots + k^n/n^k}$ , gdzie  $k \in \mathbb{N}$ ,

(e)  $(\sqrt[100]{n^{100} + n^{99}} - n)$ , (f)  $\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 3}$ ,

(g)  $\left(\sqrt[3]{(n+2)(n+4)(n+5)} - \sqrt[3]{n(n+1)(n+3)}\right)$

(h)  $\frac{2^n + n^4}{n! + n^2} \sin\left(\frac{n^2 + n! + n^n}{n+7}\right)$ , (i)  $\frac{n! + 3n^n}{n! + 1} \sin\left(\frac{n^2 + 4n!}{n^2 + n^n}\right)$ ,

(j)  $\frac{2^{\frac{1}{n}} + \cos(2n\pi) + \frac{\sin n}{n}}{\sqrt[3]{3n} + \left(\frac{1}{2}\right)^n + n \sin \frac{1}{n}}$ , (k)  $\frac{\sqrt{n^2 + 7n^4 + \sqrt{2}}}{\sqrt[3]{n^6 + 5n + \sqrt{n}}}$

(l)  $\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}}$ , (m)  $\sqrt{n(n - \sqrt{n^2 - 1})}$

Odp.: (a) 0, (b) 0, (c) 0, (d)  $k$ , (e)  $\frac{1}{100}$ , (f)  $\frac{-1}{3}$ , (g)  $\frac{7}{3}$ , (h) 0, (i) 12, (j) 1, (k)  $\sqrt{7}$ ,

(l) 1, (m)  $\sqrt{2}/2$

2. Zbadać zbieżność ciągów:

(a)  $\cos(\pi\sqrt{n^2 + n + 1})$ , (b)  $\sin(\pi\sqrt{n^2 + n + 1})$ ,

(c)  $(\sqrt{n^2 + 2n\sqrt{n}} - \sqrt{n^2 + n\sqrt{n}})$ .

Odp.: (a) zbieżny, (b) rozbieżny, (c) rozbieżny.