

# Fizyka Statystyczna A, 2023/2024

## Zadania domowe seria 3

Termin oddania: 26. stycznia, godzina 10.00 w sali 0.03 (po wykładzie) bądź mailowo na adres: r.blaszkiewicz2@uw.edu.pl

### Zadanie 1

Rozważmy fale płaskie w pudle  $[0, L]^3$  z okresowymi warunkami brzegowymi:

$$u_{\vec{k}}(\vec{x}) = \frac{1}{L^{3/2}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}, \quad \vec{k} \in \frac{2\pi}{L} \mathbb{Z}^3.$$

Pokazać, że są one ortonormalne.

### Zadanie 2

Pokazać, że stan kwantowy o macierzy gęstości  $\rho$  jest czysty wtedy i tylko wtedy, gdy  $\rho^2 = \rho$ .

### Zadanie 3

Posługując się rachunkiem podobnym do tego z ćwiczeń (o gazie fotonów), pokazać, że doskonały gaz bozonów spełnia równanie stanu

$$pV = \frac{2}{3}U.$$

Jak wygląda równanie stanu dla doskonałego gazu fermionów?

### Zadanie 4

Rozważyć dwupoziomowy układ kwantowy o stanie podstawowym o energii  $E_0 = 0$  i degeneracji  $g_0$  oraz stanie wzbudzonym o energii  $E_1 = \Delta$  i degeneracji  $g_1$ . Obliczyć jego energię swobodną Helmholtza  $F(T)$  a następnie entropię

$$S(T) = -\frac{\partial F}{\partial T}.$$

Pokazać, że

$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = k_B \ln g_0.$$

Jak otrzymany wynik ma się do trzeciej zasady termodynamiki?