Seria zadań 0.

Zadania proszę wykonać w Mathematice. Jako pełnoprawne rozwiązanie liczy się notatnik programu Mahtematica opatrzony komentarzami (komentarze również mogą być w pliku pdf). Nazwy plików powinny zawierać imię i nazwisko autora, grupę ćwiczeniową, do której uczęszcza, datę wykonania i oczywiście numer serii zadaniowej. W innym przypadku nie gwarantujemy sprawdzenia Państwa prac. Wszystkie pliki z rozwiązaniami proszę przesłać do odpowiedniego prowadzącego grupy.

Zadanie 1

Obliczyć:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty \mathrm{d}x\, x^8 e^{-x^2}\,, \\ I_2 &= \int_{-\infty}^\infty \mathrm{d}x\, x^{2k+1} e^{-\alpha x^2}\,, k \in \mathbb{N}, \alpha > 0\,, \\ I_3 &= \int_{-\infty}^\infty \mathrm{d}x\, x^{2k} e^{-\alpha x^2} k \in \mathbb{N}, \alpha > 0\,, \\ I_4 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}x\, \sin(x)^5 \end{aligned}$$

Zadanie 2

Zdefiniować funkcję $g(x) = e^{x^2}\cos x$. Znaleźć jej drugą pochodną oraz obliczyć $g(0)$. Narysować na jednym rysunku wykres g, g' oraz g'' dla $-3 \leq x \leq 3$.

Zadanie 3

Zdefiniować funkcję:

$$h(x) = \frac{6x^4 - 40x^3 + 93x^2 - 90x}{24}$$

Obliczyć $h'(x)$, narysować jej wykres dla $0 \leq x \leq 3$. Znaleźć miejsca zerowe $h'(x)$ (ale nie z wykresu).

Zadanie 4

Za pomocą programu Mathematica proszę znaleźć współczynniki rozkładu wektora $[-2, -1, 1]^T$ w bazie $\{[1, 1, 0]^T$, $[1, 0, 1]^T$, $[0, 1, 1]^T\}$. Podpowiedź: można rozwiązać układ równań na współczynniki, bądź rozwiązać równanie macierzowe (T oznacza tutaj jedynie transpozycję wektora).

Zadanie 5

Rozwiązać równanie Schrödingera dla nieskończonej studni potencjału o jednostkowej masie i długości (`DSolve[...]` / `NDSolve[...]`). Zadać (można ręcznie) warunki kwantyzacji, aby otrzymać ogólną postać funkcji falowej. Unormować funkcję falową (już w Mathematice), i zdefiniować ją tak, żeby można było ją wywołać dla dowolnej liczby kwantowej n. Narysować 4 pierwsze funkcje falowe, a następnie za pomocą pętli `For` obliczyć dyspersję operatora $\hat{x}$ przynajmniej dla pierwszych czterech stanów. *Dla chętnych:* Taką samą metodą proszę obliczyć tak zwane „dipolowe momenty przejścia”, zdefiniowane jako:

$$\langle \psi_i | \hat{x} | \psi_j \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, \psi_i^*(x) x \psi_j(x)\,, \quad i \neq j$$

dla $i, j = 1, \ldots, 4$ (można je obliczyć dla większej liczby stanów). Momenty przejścia wiążą się bezpośrednio z prawdopodobieństwami i intensywnościami przejść spektroskopowych.

Zadanie 6 (dla chętnych)

Za pomocą polecenia `Manipulate[Plot[...]...]` proszę stworzyć animację, pokazującą ewolucję czasową stałej paczki falowej $\varphi(x) = \mathit{const}$ w studni potencjału z Zadania 5. Proszę pamiętać o unormowaniu $\varphi(x)$!