

Zadania domowe nr 1 (05.03.2021)

Wartosc oczekiwana, dyspersja, delta Diraca

1. Dany jest rozklad prawdopodobienstwa

$$p(x) = A x e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{\beta}}, \quad (1)$$

gdzie parametry $A, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ oraz $\alpha, \beta \neq 0$. Wyznacz parametr A z warunku normalizacji, wartosc srednia oraz dyspersje powyższego rozkladu prawdopodobienstwa.

2. Pokaz, ze funkcja dana wzorem

$$\delta_\tau(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\tau} & , \quad |x| \leq \tau \\ 0 & , \quad |x| > \tau \end{cases}, \quad (2)$$

jest dobrym „modelem delty Diraca” w granicy $\tau \rightarrow 0$.

3. Udowodnij, ze dla odpowiednio dobranej klasy funkcji probnych $\psi(x)$ zachodza nastepujace wlasnosci delty Diraca:

$$\delta(x - x_0) : \psi(x) = \delta(x) : \psi(x + x_0), \quad (3)$$

oraz

$$\delta(\alpha x) : \psi(x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x) : \psi(x). \quad (4)$$