Zadania domowe nr 2 (11. marca 2021)

Operatory w reprezentacji macierzowej, operatory w przestrzeni Hilberta, notacja Diraca

1. Niech wektory $|e_1\rangle$, $|e_2\rangle$ oraz $|e_3\rangle$ stanowia baze ortonormalna w trojwymiarowej przestrzeni wektorowej. Zdefiniujmy operator $\hat{A}$ taki, ze

$$\begin{aligned}
\hat{A}|e_1\rangle &= |e_1\rangle + \sqrt{2}|e_3\rangle, \\
\hat{A}|e_2\rangle &= |e_2\rangle + (1+i)|e_3\rangle, \\
\hat{A}|e_3\rangle &= \sqrt{2}|e_1\rangle + (1-i)|e_2\rangle - 2|e_3\rangle. \qquad (1)
\end{aligned}$$

   - Znalezc macierz operatora $\hat{A}$ w bazie skladajacej sie z wektorow $|e_1\rangle$, $|e_2\rangle$ oraz $|e_3\rangle$.
   - Czy macierz ta jest hermitowska?
   - Korzystajac z zapisanej macierzowo postaci operatora $\hat{A}$, znalezc jego wartosci i wektory wlasne.
   - Znalezc unormowane wektory wlasne.
   - Sprawdzic bezposrednim rachunkiem, czy powyzsze wektory wlasne sa ortogonalne.

2. Obliczyc polozeniowe reprezentacje nastepujacych komutatorow: $[\hat{H}_0, \hat{p}]$, $[\hat{H}_0, \hat{x}]$, $[\hat{V}, \hat{p}]$, $[\hat{V}, \hat{x}]$.

   W powyzszym zadaniu: $\hat{x}$ to operator polozenia, $\hat{p}$ to operator pedu, $\hat{H}_0$ to operator energii kinetycznej, a $\hat{V}$ to operator energii potencjalnej.

3. Znajdz element macierzowy operatora polozenia $\hat{x}$ w bazie fal plaskich $\phi_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-ikx}$, $k \in \mathbb{R}$.