Zadania domowe nr 4 (25. marca 2021)

Ewolucja czasowa, oscylator harmoniczny

1. W chwili początkowej (tj. $t = 0$) cząstka poruszająca się w nieskończenie głębokiej studni potencjału,

$$V_\infty(x) = \begin{cases} \infty & , \quad x < 0 \\ 0 & , \quad 0 \le x \le a \\ \infty & , \quad a < x \end{cases} , \tag{1}$$

   znajdowała się w stanie opisanym funkcją falową

$$\Psi(x, t = 0) \equiv \Psi(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ Ax(a - x) & , \quad 0 \le x \le a \\ 0 & , \quad x > a \end{cases} . \tag{2}$$

   Wyznacz stałą normalizacyjną A oraz ewolucję funkcji falowej cząstki $\Psi(x, t)$.

2. Cząstka w chwili $t = 0$ jest opisana funkcją falową

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{1}{3}}\phi_3(x) + i\sqrt{\frac{2}{3}}\phi_4(x), \tag{3}$$

   gdzie stany $\phi_n(x)$ to stany własne Hamiltonianu oscylatora harmonicznego o energii E_n.

   (A) Pokaż, że stan Ψ jest unormowany.

   (B) Oblicz dyspersję operatora położenia w chwili $t = 0$.

   (C) Oblicz dyspersję operatora pędu $t = 0$.

   (D) Czy spełniona jest zasada nieoznaczoności dla dyspersji operatorów pędu i położenia obliczonych w stanie Ψ? Odpowiedź uzasadnij.