

**Technologie Informacyjne i Komunikacyjne R
Mathematica**

Zad. 1. Oblicz wartość $\sqrt{2}$ z dokładnością do 100 cyfr w zapisie dziesiętnym.

Zad. 2. Wymnóż $(a + b)^5$.

Zad. 3. Zapisz w postaci iloczynowej $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$.

Zad. 4. Rozwiąż równanie $ax^2 + bx + c = 0$ i następnie sprawdź uzyskane rozwiązania.

Zad. 5. Oblicz granice:

1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[100]{n^{100} + n^{99}} - n$$

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left[\left(1 + \frac{p}{n}\right)^q - \left(1 + \frac{q}{n}\right)^p \right]$$

3.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right)$$

4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^5 + 2^5 + \dots + n^5}{n^6}$$

Zad. 6. Rozwiąż równania i układ równań. Sprawdź otrzymane wyniki.

1.

$$z^2 - (1 + i)z + 6 + 3i = 0$$

2.

$$z\bar{z} + (z - \bar{z}) = 3 + 2i$$

3.

$$\begin{cases} (1 + i)z_1 + (1 - i)z_2 = 1 + i \\ (1 - i)z_1 + (1 + i)z_2 = 1 + 3i \end{cases}$$

Zad. 7. Oblicz wyznacznik macierzy A , odwrotność macierzy A^{-1} oraz wyrażenie AA^{-1} , gdy:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

Zad. 8. Korzystając z polecenia `MatrixFunction`, oblicz

1.

$$e^{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}}$$

2.

$$\log \left[\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & -10 \end{pmatrix} \right]$$

Zad. 9. Dla macierzy M znajdź wektory i odpowiadające im wartości własne. Sprawdź otrzymane wyniki.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Zad. 10. Oblicz pochodną wielomianu $w(x) = ax^5 + (b+1)x^3 + 7x + 1$.

Zad. 11. Oblicz $f^{(10)}(x)$ oraz $f^{(10)}(0)$ dla $f(x) = x^2 \cos 2x$.

Zad. 12. Oblicz następujące całki. Otrzymany wynik sprawdź przez różniczkowanie.

1.

$$\int (x^2 - 2x + 3)e^x dx$$

2.

$$\int \sqrt{x}(\log x)^2 dx$$

3.

$$\int \sqrt{e^{2x} + 2e^x + 4} dx$$

Zad. 13. Oblicz całkę oznaczoną:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{(x^2+1)^{3/2}} dx$$

Zad. 14. Sprawdź, że funkcja f spełnia równanie Laplace'a:

$$0 = \Delta f := \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

1. $f(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}$
2. $f(x, y) = \sin x \cosh y$
3. $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

Zad. 15. Rozwiąż równanie różniczkowe i sprawdź jego rozwiązanie.

$$y' \cos x - y \sin x = 2x$$

Zad. 16. Zdefiniuj funkcję silnia obliczającą $n!$ metodą rekurencyjną, tzn. $n! = n(n-1)!$ Następnie oblicz przy pomocy tej funkcji 2013! i porównaj wyniki. *Wskazówka:* Zmienna `RecursionLimit` określa maksymalną liczbę wywołań rekurencyjnych funkcji w czasie obliczeń. W celu obliczenia 2013! zwiększ wartość tej zmiennej (np. do nieskończoności).

Zad. 17. Narysuj wykres funkcji $\sin x$ dla $x \in 0, 2\pi$. *Wskazówka:* Skorzystaj z opcji `Plot`.

Następnie zmodyfikuj funkcję do postaci $\sin(ax)$ dla $a \in 0, 2$ i sprawdź, jak zmienia się wykres funkcji w zależności od wartości parametru a . *Wskazówka:* Skorzystaj z opcji `Manipulate`.

Zad. 18. Narysuj wykres funkcji $\sin x \cos y$ dla $x, y \in -\pi, \pi$. *Wskazówka:* Skorzystaj z opcji `Plot3D`.

Zad. 19. Narysuj krzywą $(\cos 5t, \sin 3t)$ dla $t \in 0, 2\pi$. *Wskazówka:* Skorzystaj z opcji `ParametricPlot`.

Zad. 20. Narysuj zbiór punktów spełniających równanie $x^2 + y^2 = 9$. *Wskazówka:* Skorzystaj z opcji `ContourPlot`.

Zad. 21*. Dane są funkcje:

$$f(x) = \sin(x)$$

$$g(x) = \frac{1}{\pi}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 1$$

Znajdź miejsce przecięcia się tych funkcji (analitycznie lub numerycznie) oraz kąt pod jakim się przecinają (dla jednego, wybranego punktu). Narysuj wykres, na którym zaprezentowane będą funkcje.

Wskazówka: Kąt pod jakim przecinają się krzywe określony jest jako kąt pod jakim przecinają się styczne do tych krzywych poprowadzone w punkcie przecięcia. Styczna do krzywej w punkcie $(x_0, y_0 = f(x_0))$ opisana jest równaniem:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Natomiast kąt przecięcia pomiędzy krzywymi $f(x)$ i $g(x)$, jeżeli przecinają się one w punkcie x_0 będzie równy:

$$\tan \alpha = \left| \frac{f'(x_0) - g'(x_0)}{1 + f'(x_0)g'(x_0)} \right|$$

jeżeli mianownik tej równości jest równy 0 to kąt przecięcia jest równy $\pi/2$

Zad. 22. Wczytaj dane z pliku `time.dat` i narysuj ich wykres. Następnie do danych dopasuj funkcję opisującą prawo rozpadu promieniotwórczego

$$N = N_0 \exp(-\lambda t)$$

Wyświetl także tabelę parametrów zawierającą niepewności dopasowanych parametrów. Sporządź wykres dopasowanej funkcji i nałóż go na dane eksperymentalne.