

Matematyka dla Optyków Okularowych III

Tydzień 2 — funkcje dwóch zmiennych

Zadanie 1

Policz pochodne cząstkowe następujących funkcji

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y^2}{x}, & \text{b) } f(x, y) = x\sqrt{y} + e^x \ln y, \\ \text{c) } f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{d) } f(x, y) = \tan xy. \end{array}$$

Zadanie 2

Zapisz różniczkę zupełną następujących funkcji

$$\text{a) } f(x, y) = \sin(x + y), \quad \text{b) } f(x, y) = \sin(x + y) + \cos(x - y).$$

Zadanie 3

Funkcja $f(x, y) = \sqrt{1 + 2x + y^2}$ w punkcie $(0.1, 0.2)$ ma wartość $f(0.1, 0.2) = 1.11355287\dots$. Korzystając z rozwinięcia w szereg Taylora wokół punktu $(0, 0)$ policz kolejne przybliżenia wartości $f(0.1, 0.2)$ do trzeciego rzędu w zmiennych x i y .

Zadanie 4

Rozwiń w szereg Taylora funkcje $f(x, y) = \sin(x + 2y)$ wokół $(0, 0)$.

Zadanie 5

Sprawdź, czy funkcja $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ spełnia następujące równanie

$$y \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + x \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6xy$$