

Matematyka dla Optyków Okularowych III

Tydzień 4 — geometria różniczkowa

Zadanie 1

Pokaż, że dla dowolnego wektora jednostkowego $\vec{a}(u)$, który zależy od pewnego parametru u , wektor $d\vec{a}(u)/du$ jest prostopadły do $\vec{a}(u)$, czyli

$$\frac{d\vec{a}(u)}{du} \cdot \vec{a}(u) = 0, \text{ gdy } |\vec{a}(u)| = 1.$$

Zadanie 2

Oblicz długość łuku krzywej zadanej przez

a) $(a \cos^3 u, b \sin^3 u)$ dla $u \in [0, \pi]$.

a) $y(x) = x^{3/2}$ dla $x \in [0, 1]$.

Zadanie 3

Oblicz krzywiznę

a) okręgu zadanego przez $(x(u), y(u)) = (r \cos u, r \sin u)$,

b) elipsy zadanej przez $(x(u), y(u)) = (a \cos u, b \sin u)$,

c) paraboli zadanej przez $y(x) = x^2$.

Zadanie domowe 1

Oblicz krzywiznę krzywej zadanej przez $(x(u), y(u)) = (1 - \cos u, u - \sin u)$.