

Fortepian dekafoniczny okiem matematyka

Paweł Nurowski

Centrum Fizyki Teoretycznej Polskiej Akademii Nauk

Guangdong Technion - Israel Institute of Technology

Piano Congress
Warszawa, 26.09.2025

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć** tonów w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć** tonów w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć** tonów w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć** tonów w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** (δεκα po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów w każdej oktawie**,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów w każdej oktawie**,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony są oddzielone tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** (δεκα po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów w każdej oktawie**,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony są oddzielone tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** (δεκα po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów** w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Pytanie: Czym jest akustyczny fortepian dekafoniczny?

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów w każdej oktawie**,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony są oddzielone tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** (δεκα po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

Krótką odpowiedź:

- Jest to fortepian **nielelektroniczny**,
- obejmuje **siedem oktaw**,
- ma **dziesięć tonów** w każdej oktawie,
- z tych dziesięciu, **każde dwa sąsiednie tony** są oddzielone **tym samym interwałem muzycznym**.
- Oczywiście przedrostek '**deka**' w słowie **dekafoniczny** odpowiada **dziesięciu** ($\delta\epsilon\kappa\alpha$ po grecku) możliwym tonom w każdej oktawie fortepianu.

Moje wystąpienie będzie się głównie starało odpowiedzieć na dwa pytania: 'dlaczego **dziesięć**' oraz 'jak **pomalować** klawiaturę?'

- Gdy zmuszamy instrument muzyczny do wydania **czystego tonu o częstotliwości f** , powstaje (w zasadzie) nieskończona **liczba innych czystych tonów o częstotliwościach $2f, 3f, 4f$, itd.**, zwanych **aliquotami**.

► [Link](#)

- Gdy **zmuszamy instrument muzyczny do wydania czystego tonu o częstotliwości f** , powstaje (w zasadzie) nieskończona **liczba innych czystych tonów o częstotliwościach $2f, 3f, 4f$, itd.**, zwanych **aliquotami**.

► Link

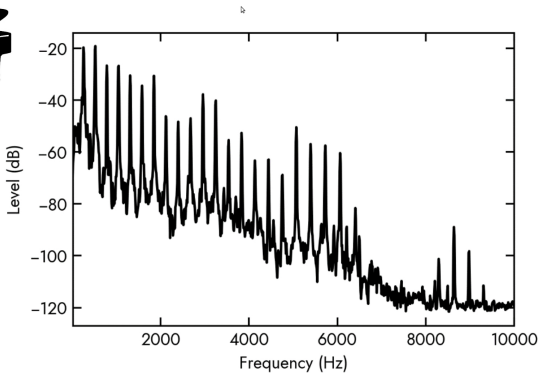
- Gdy **zmuszamy instrument muzyczny do wydania czystego tonu o częstotliwości f** , powstaje (w zasadzie) nieskończona **liczba innych czystych tonów o częstotliwościach $2f, 3f, 4f$, itd.**, zwanych **aliquotami**.

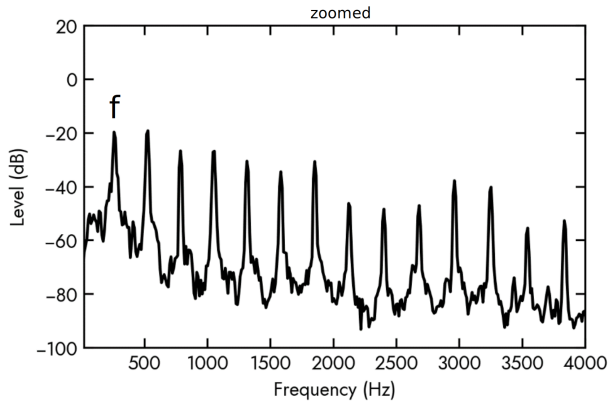
► [Link](#)

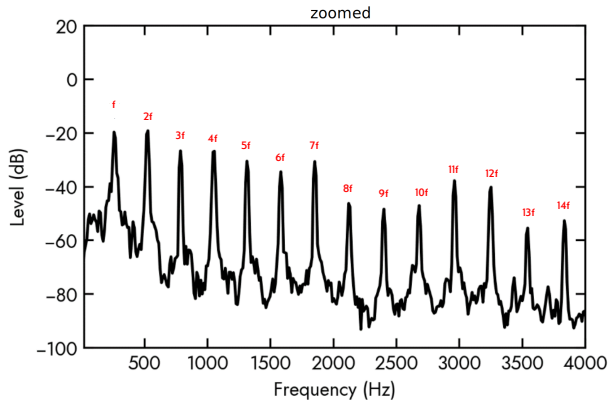
Tony i alikwoty w fortepianie



click piano to
play the sound







- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff te same stosunki częstotliwości tonów

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, **ale odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.

- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff **te same stosunki częstotliwości tonów**

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff te same stosunki częstotliwości tonów

- Do **melodii** potrzebujemy więcej niż jednego tonu. Aby powstała melodia, musimy mieć **sekwencje tonów**.
- Istnieją **sekwencje tej samej liczby tonów**, mające bardzo różne częstotliwości, ale **odpowiadające tej samej melodii**.
- Co sprawia, że takie sekwencje to **te same melodie**?
Odpowiedź: **te same stosunki** między częstotliwościami odpowiadających tonów w sekwencjach.
- Wniosek:

te same melodie \iff te same stosunki częstotliwości tonów

Melody I



Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.

Melody I



Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.

Melody I

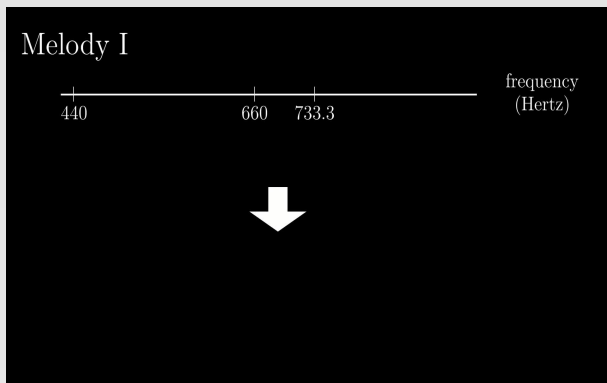


Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.

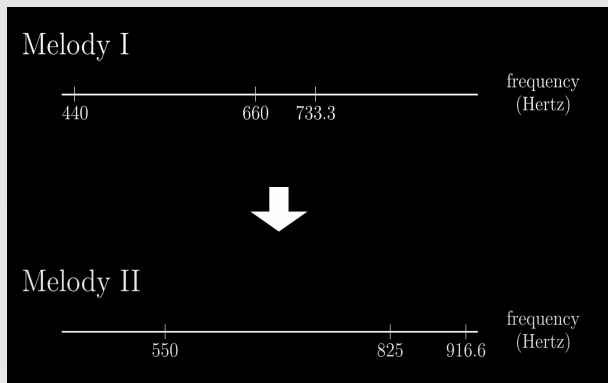
Melody I



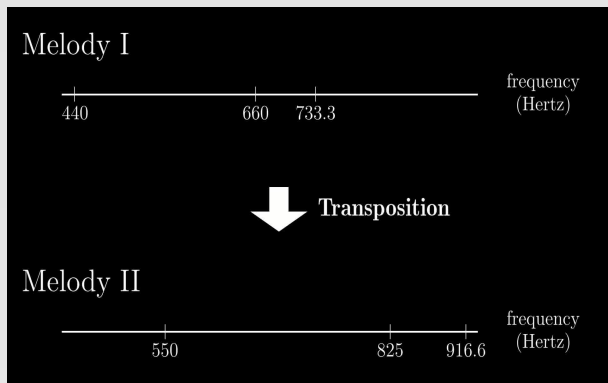
Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.



Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.



Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.



Działanie polegające na **przemnożeniu wszystkich częstotliwości** danej melodii **przez ten sam czynnik** nie zmienia melodii. Nazywa się **transpozycją**.

Musical intervals



- Dowolne dwa tony rozdziela **interwał muzyczny**.

Musical intervals



- interwał muzyczny = muzyczna odległość pomiędzy dwoma tonami

Musical intervals



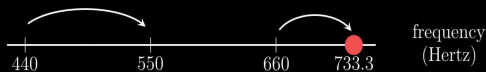
- interwał muzyczny = muzyczna odległość pomiędzy dwoma tonami

Musical intervals



- interwał muzyczny = muzyczna odległość pomiędzy dwoma tonami

Musical intervals



- interwał muzyczny = muzyczna odległość pomiędzy dwoma tonami

Interwały muzyczne

Musical interval = musical distance between two tones = frequency ratio



- Teraz wprowadzimy dwa ważne interwały.

Interwały muzyczne

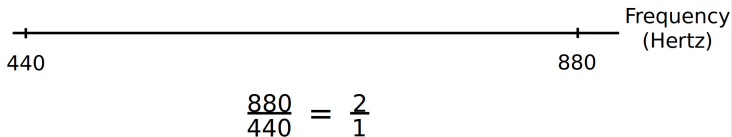
Musical interval = musical distance between two tones = frequency ratio



- Teraz wprowadzimy dwa ważne interwały.

Octave

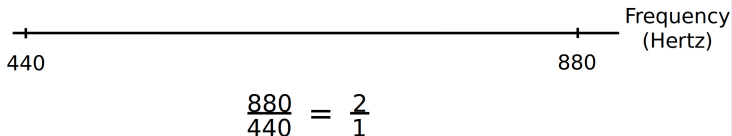
2:1 ratio



- **Oktawa** = interwał muzyczny o **stosunku 2:1**

Octave

2:1 ratio

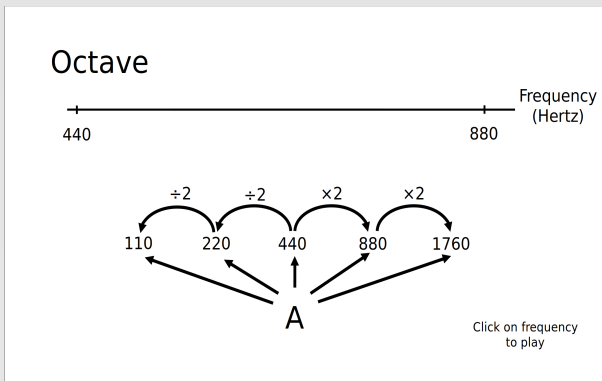


- **Oktawa** = interwał muzyczny o **stosunku 2:1**

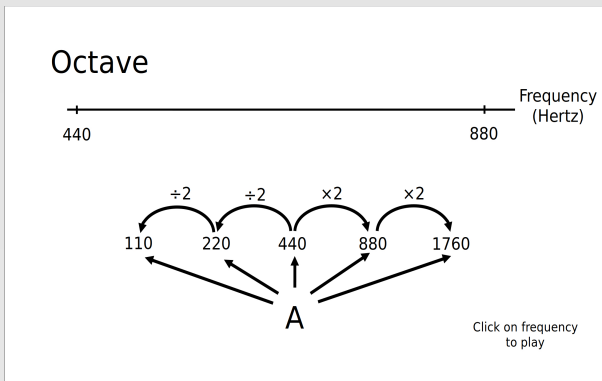
- **Oktawa jest bardzo przyjemna dla ucha.**
- [▶ Link](#)
- Dwa tony, oddalone o **oktawę**, zagrane razem brzmią **bardzo harmonijnie**

- **Oktawa jest bardzo przyjemna dla ucha.**
- [▶ Link](#)
- Dwa tony, oddalone o **oktawę**, zagrane razem brzmią **bardzo harmonijnie**

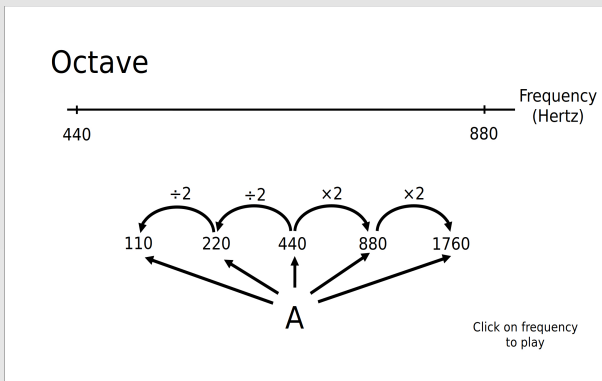
- **Oktawa jest bardzo przyjemna dla ucha.**
- [▶ Link](#)
- Dwa tony, oddalone o **oktawę**, zagrane razem brzmią **bardzo harmonijnie**



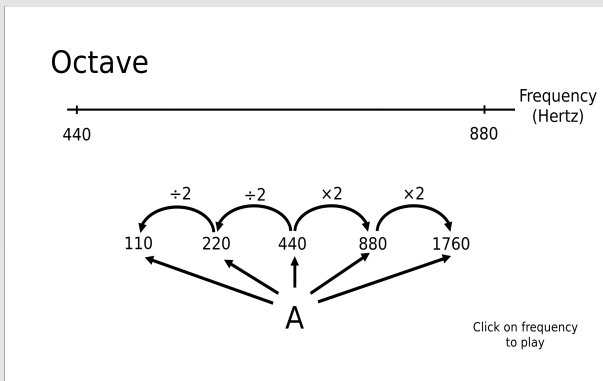
- Są **bardzo podobne**; tak podobne, że muzycy oznaczają je **tą samą literą**, a muzykologowie mówią, że należą do tej samej **klasy wysokości dźwięku**.
- Uważa się je za muzycznie **równoważne**.
- Mówimy o **równoważności oktawy**.



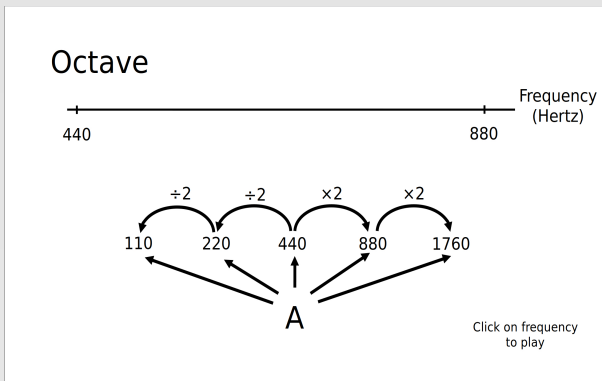
- Są **bardzo podobne**; tak podobne, że muzycy oznaczają je **tą samą literą**, a muzykologowie mówią, że należą do tej samej **klasy wysokości dźwięku**.
- Uważa się je za muzycznie **równoważne**.
- Mówimy o **równoważności oktawy**.



- Są **bardzo podobne**; tak podobne, że muzycy oznaczają je **tą samą literą**, a muzykologowie mówią, że należą do tej samej **klasy wysokości dźwięku**.
- Uważa się je za muzycznie **równoważne**.
- Mówimy o **równoważności oktawy**.

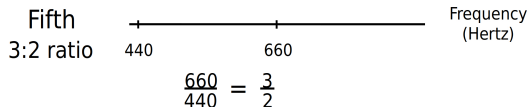
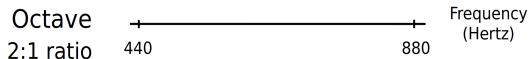


- Są **bardzo podobne**; tak podobne, że muzycy oznaczają je **tą samą literą**, a muzykologowie mówią, że należą do tej samej **klasy wysokości dźwięku**.
- Uważa się je za muzycznie **równoważne**.
- Mówimy o **równoważności oktawy**.



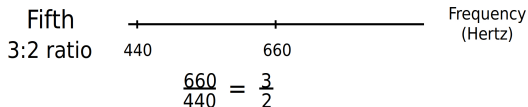
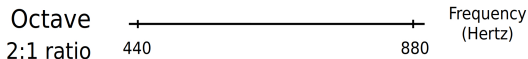
- Są **bardzo podobne**; tak podobne, że muzycy oznaczają je **tą samą literą**, a muzykologowie mówią, że należą do tej samej **klasy wysokości dźwięku**.
- Uważa się je za muzycznie **równoważne**.
- Mówimy o **równoważności oktawy**.

Musical intervals



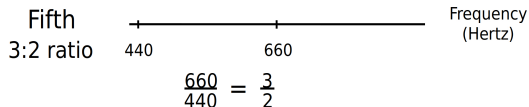
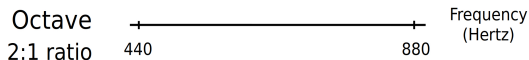
- Innym ważnym **interwałem muzycznym** jest interwał dany **stosunkiem 3:2**.
- Nazywa się on **kwinta**. Jest również bardzo przyjemny dla ucha.

Musical intervals



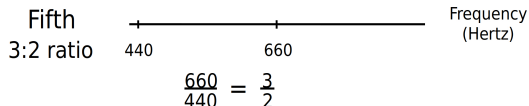
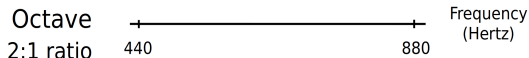
- Innym ważnym **interwalem muzycznym** jest interwał dany **stosunkiem 3:2**.
- Nazywa się on **kwinta**. Jest również bardzo przyjemny dla ucha.

Musical intervals



- Innym ważnym **interwałem muzycznym** jest interwał dany **stosunkiem 3:2**.
- Nazywa się on **kwinta**. Jest również bardzo przyjemny dla ucha.

Musical intervals



- Innym ważnym **interwałem muzycznym** jest interwał dany **stosunkiem 3:2**.
- Nazywa się on **kwinta**. Jest również bardzo przyjemny dla ucha.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, **wyższe alikwoty**

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy, wyższe alikwoty**

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$.**

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc f , $2f$, $4f$, ..., $2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f$, $\frac{1}{4}f$, ..., $\frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Ze względu na **równoważność oktawy**, wyższe alikwoty

$$2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f, 10f, 11f, 12f, 13f, \dots,$$

można **umieścić pomiędzy f a $2f$** .

- Ponieważ w melodiach liczą się tylko **stosunki między tonami**, więc $f, 2f, 4f, \dots, 2^k f$ są **równoważne oktawowo**, podobnie jak $\frac{1}{2}f, \frac{1}{4}f, \dots, \frac{1}{2^k}f$, dla każdego całkowitego k .
- Na przykład następny interwał muzyczny, nierównoważny z interwałem oktawy f i $2f$ to interwał f i $3f$. Ale z powodu równoważności oktawy jest to to samo, co interwał między f i $\frac{3}{2}f$. Tak więc **kwinta** jest **następnym** możliwym do użycia interwałem muzycznym, tuż **po oktawie**. Stąd jej przyjemne brzmienie.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.

- Stroiciele fortepianów mierzą odległości między tonami w **centach**.
- Istnieje na to odpowiedni wzór matematyczny, który działa w następujący sposób:
- Gdy mamy jakiś ton, np. odpowiadający dźwiękowi **C** o częstotliwości 261 Hz, i drugi ton, np. ton $\frac{3}{2}$ razy wyższy, czyli dźwięk **G** o częstotliwości $\frac{3}{2} * 261 = 392$ Hz, to ich wzajemna odległość muzyczna, **interwał**, wynosi w centach $\Delta\phi = 1200 * \log_2(\frac{3}{2}) \simeq 702$ centów.
- Ogólnie, gdy mamy dwa tony o częstotliwościach x i $y > x$, to ich interwał liczony w centach jest zadany wzorem:
$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$
- Dla interwałów nie są istotne same częstotliwości, tylko **stosunki** częstotliwości porównywanych tonów.
- Matematyk woli mierzyć interwały muzyczne w ... **kątach**.



Leonhard Euler



► Link



Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$



Leonhard Euler



Link

- Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$



Leonhard Euler



▶ Link

- Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$



Leonhard Euler



Link



- Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$



Leonhard Euler



▶ Link



- Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$



Leonhard Euler



Link



Odpowiedni wzór:

$$\Delta\phi = 360 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

Dla porównania:

$$\Delta\phi = 1200 * \log_2(s), \text{ gdzie } s = y : x.$$

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

- Warto przypomnieć, jak doszło do tego, że wprowadzono skalę 12-tonową. Ewoluowała ona z czasem, ale powszechnie przyjmuje się, że punktem wyjścia była skala przypisywana **Pitagorasowi**. W jego skali:
 - Kolejne tony w oktawie są oddalone muzycznie o **kwintę czystą**. Oznacza to, że **każdy ton** ma częstotliwość $\frac{3}{2}$ **razy większą** niż **jego poprzednik**.
 - Wzór na częstotliwość f_k , k -tego tonu skali zaczynającej się częstotliwością f_0 , ma postać:

$$f_k = \left(\frac{3}{2}\right)^k f_0 2^{m_k},$$

gdzie m_k jest jedyną taką liczbą całkowitą, aby liczba $\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^{m_k}$ mieściła się w przedziale $[1, 2]$.

Zaczynając od pitagorejskiego wyboru tonów w oktawie...

- Skala siedmiostopniowa: [▶ Link](#)
- Skala dwunastostopniowa: [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową skalę równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową skalę równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremego**.

● [▶ Link](#)

● [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremnego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- **Skala siedmiostopniowa:** [▶ Link](#)
- **Skala dwunastostopniowa:** [▶ Link](#)
- W **skali pitagorejskiej** interwały **nie są** jednakowo rozłożone.
- Naturalnym jest zażądać aby były. Gdy to się zrobi, dostaje się **dwunastostopniową** skalę **równo temperowaną**, tzw. **12TET**. W niej **stosunek** między dowolnymi sąsiednimi interwałami **jest taki sam** i wynosi:

$$s = (2)^{\frac{1}{12}},$$

a interwały reprezentowane są punktami na okęgu umieszczonymi w wierzchołkach **dwunastokąta foremego**.

- [▶ Link](#)
- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrag na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

- [▶ Link](#)

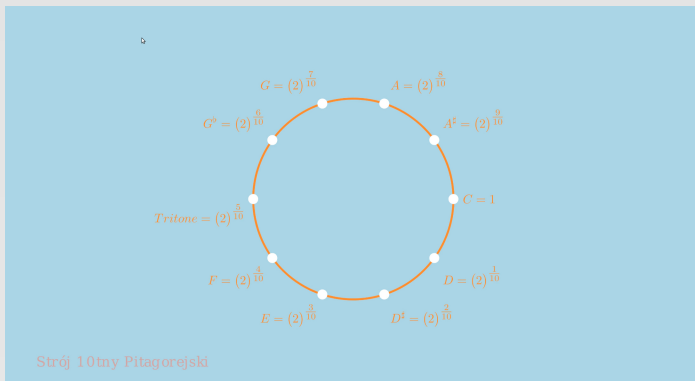
- Nic nie stoi na przeszkodzie, aby teraz podzielić okrąg na **dziesięć** równych części,
- [▶ Link](#)
- ... a następnie odczytać równy stosunek między kolejnymi krokami, który wynosi

$$s = (2)^{\frac{1}{10}},$$

aby ostatecznie otrzymać **równo temperowaną skalę dziesięciostopniową**.

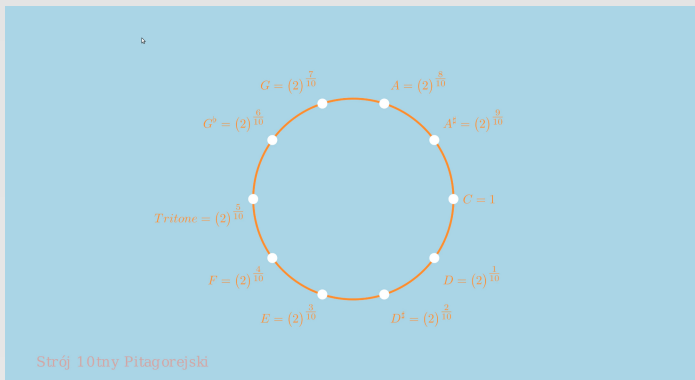
- [▶ Link](#)

Które klawisze powinny być czarne?



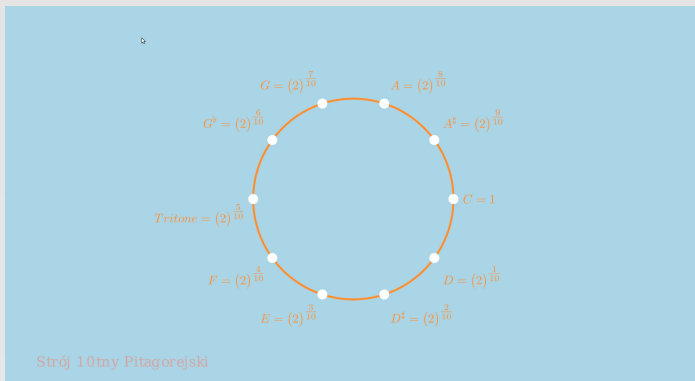
- No cóż... Trzeba wymyślić „wersję pitagorejską” stroju 10TET.

Które klawisze powinny być czarne?



- No cóż... Trzeba wymyślić „wersję pitagorejską” stroju 10TET.

Które klawisze powinny być czarne?



- No cóż... Trzeba wymyślić „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliży DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „kwinty czystej” tego systemu i skonstruować „wersję pitagorejską” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.

- Można to zrobić poprzez **znalezienie stosunku s** postaci $s = \frac{N}{2^\ell}$, gdzie N i ℓ są (możliwie małymi) liczbami naturalnymi, takiego, że **ciąg $f_k = (s)^k 2^{m_k}$ dobrze przybliża DZIESIĘĆ liczb $2^{\frac{n}{10}}$, dla $n = 0, 1, 2, \dots, 9$, które są stosunkami dla 10TET.**
- Mając taki stosunek, można go użyć jako „**kwinty czystej**” tego systemu i skonstruować „**wersję pitagorejską**” stroju 10TET w taki sam sposób, jak zrobiliśmy to dla 12TET.
- Okazuje się, że dla 10TET tym stosunkiem jest ... $s = \frac{13}{8}$.



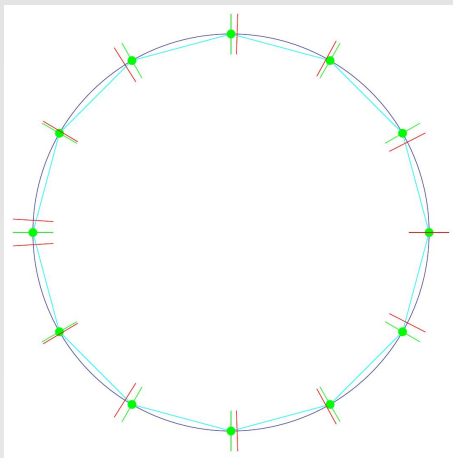
► Link

- A zatem system **10TET** jest generowany przez **13tą harmoniczną** (trzynasty alikwot). Przypomnijmy, że dla **12TET** była to **3cia harmoniczna**.

- ▶ Link
- A zatem system **10TET** jest generowany przez **13ta harmoniczną** (trzynasty alikwot). Przypomnijmy, że dla **12TET** była to **3cia harmoniczna**.

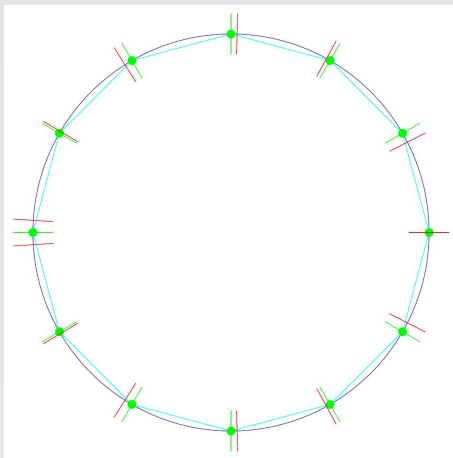
- [▶ Link](#)
- A zatem system **10TET** jest generowany przez **13tą harmoniczną** (trzynasty alikwot). Przypomnijmy, że dla **12TET** była to **3cia harmoniczna**.

Dlaczego 10 tonów?



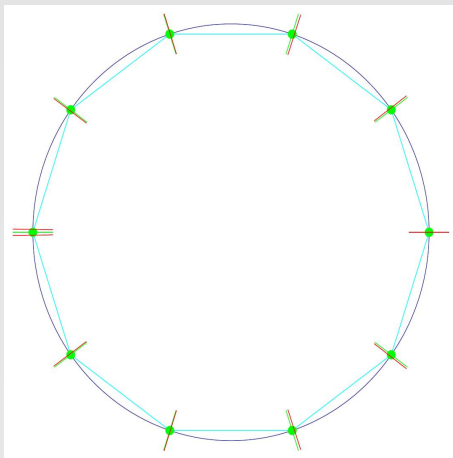
Różnica między **pitagorejskim strojem 12-tonowym** – **czerwone** kreski, a **12TET** – **zielone** kreski.

Dlaczego 10 tonów?



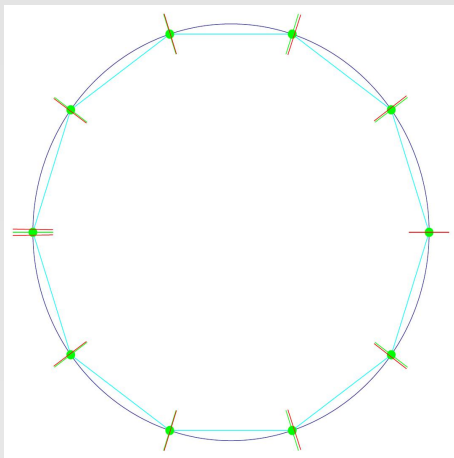
Różnica między **pitagorejskim strojem 12-tonowym** – **czerwone** kreski, a **12TET** – **zielone** kreski.

Dlaczego 10 tonów?



Różnica między **pitagorejskim strojem 10-tonowym** – **czerwone** kreski, a **10TET** – **zielone** kreski.

Dlaczego 10 tonów?



Różnica między **pitagorejskim strojem 10-tonowym** – **czerwone** kreski, a **10TET** – **zielone** kreski.

- Dawno temu zauważono, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \simeq 2^7.$$

- Krótko mówiąc: **dwanaście kwint** daje **siedem oktav**.
- Równość można też zapisać jako:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} \simeq 2.$$

- No cóż...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2 \simeq 0.00387547.$$

- Dawno temu zauważono, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \simeq 2^7.$$

- Krótko mówiąc: **dwanaście kwint** daje **siedem oktav**.
- Równość można też zapisać jako:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} \simeq 2.$$

- No cóż...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2 \simeq 0.00387547.$$

- Dawno temu zauważono, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \simeq 2^7.$$

- Krótko mówiąc: **dwanaście kwint** daje **siedem oktav**.
- Równość można też zapisać jako:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} \simeq 2.$$

- No cóż...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2 \simeq 0.00387547.$$

- Dawno temu zauważono, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \simeq 2^7.$$

- Krótko mówiąc: **dwanaście kwint** daje **siedem oktav**.
- Równość można też zapisać jako:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} \simeq 2.$$

- No cóż...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2 \simeq 0.00387547.$$

- Dawno temu zauważono, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \simeq 2^7.$$

- Krótko mówiąc: **dwanaście kwint** daje **siedem oktav**.
- Równość można też zapisać jako:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} \simeq 2.$$

- No cóż...

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2 \simeq 0.00387547.$$

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $\left|\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{12}{7}} - 2\right| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f, t, s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

- Na potrzeby tego wykładu nazwę **moduł** tej **różnicy**, czyli $|(\frac{3}{2})^{\frac{12}{7}} - 2| = \mu_{(3,12,7)}$, **komatem**.
- **Komat** $\mu_{(3,12,7)} = 0.00387547$ jest związany z **trzema liczbami naturalnymi** f , t , s , które są następujące:
 - $f = 3$, trzecia harmoniczna, której użyliśmy w postaci stosunku $\frac{3}{2}$, aby wygenerować kroki klawiszy fortepianu;
 - $t = 12$, liczba klawiszy w jednej oktawie naszego systemu strojenia;
 - $s = 7$, liczba oktaw potrzebnych, aby przejść od C z powrotem do C , skacząc przez klawisze o interwał $\frac{3}{2}$.
- **Kluczowe pytanie** brzmi, czy istnieją **systemy**, z **innymi liczbami** t stopni i s oktaw, generowane przez inne harmoniczne f , które **mają MNIEJSZY komat**?

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i>	<i>komat</i>
$z \mu_{(f,t,s)} < 4 * 10^{-3}$	$\mu_{(f,t,s)} * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i>	<i>komat</i>
$z \mu(f, t, s) < 4 * 10^{-3}$	$\mu(f, t, s) * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i>	<i>komat</i>
$z \mu_{(f,t,s)} < 4 * 10^{-3}$	$\mu_{(f,t,s)} * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i>	<i>komat</i>
$z \mu(f, t, s) < 4 * 10^{-3}$	$\mu(f, t, s) * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i>	<i>komat</i>
$z \mu(f, t, s) < 4 * 10^{-3}$	$\mu(f, t, s) * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

<i>trójka (f, t, s)</i> $z \mu(f, t, s) < 4 * 10^{-3}$	<i>komat</i> $\mu(f, t, s) * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych** z t krokami w oktawie i mających s oktaw **system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

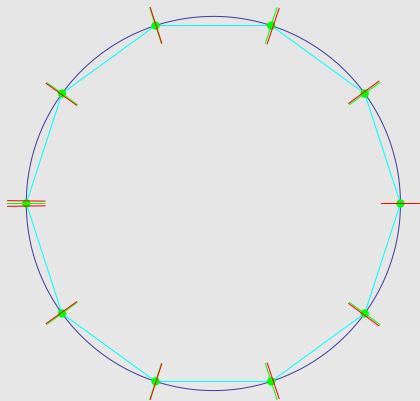
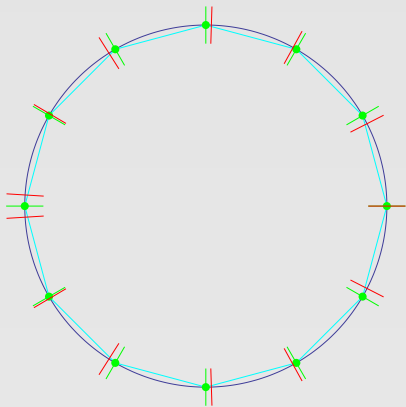
Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

- Sprawdziłem **wszystkie możliwości dla $f < 23$** oraz rozsądnych wartości $t \times s < 500$ jako liczby wszystkich klawiszy w fortepianie, i wybrałem **tylko te systemy, które mają komat mniejszy niż 0.004**. Otrzymałem następującą tabelę

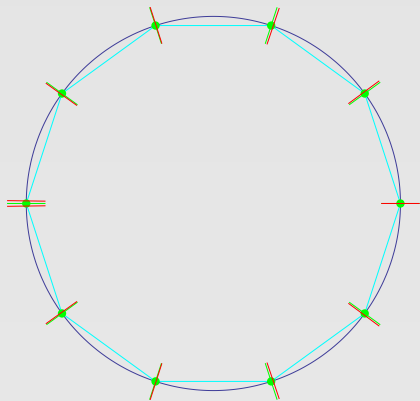
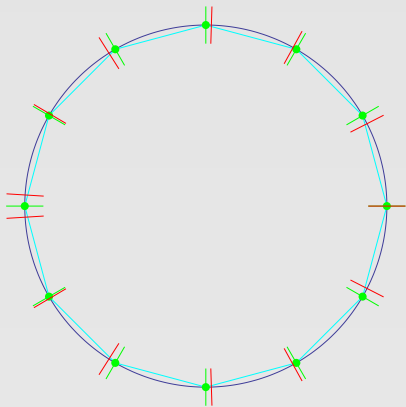
<i>trójka (f, t, s)</i> $z \mu(f, t, s) < 4 * 10^{-3}$	<i>komat</i> $\mu(f, t, s) * 10^3$
(13, 10, 7)	0.871016
(9, 53, 9)	0.928274
(21, 28, 11)	1.90363
(5, 28, 9)	2.15556
(9, 47, 8)	2.34232
(5, 31, 10)	2.80238
(3, 29, 17)	2.94065
(15, 21, 19)	3.26428
(11, 24, 11)	3.32468
(15, 11, 10)	3.3525
(21, 23, 9)	3.5923
(7, 21, 17)	3.71073
(3, 12, 7)	3.87547

- A zatem, spośród **wszystkich rozsądnych klawiatur fortepianowych z t krokami w oktawie i mających s oktaw system dekafoniczny ma najmniejszy komat**.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane



Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane



Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktav na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktav na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktaw na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktafów na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktav na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktaw na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktaw na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

Systemy pitagorejskie vs równomiernie temperowane

Matematycznie **system 10-stopniowy** ma niezwykłą własność:

- i) Weźmy parę (t, s) liczby t tonów w oktawie, i liczby s oktaw na klawiaturze, dla sensownej liczby $t * s$ wszystkich klawiszy na klawiaturze.
- ii) Policzmy różnice (w centach) pomiędzy tonami t stroju pitagorejskiego a odpowiadającymi im tonami stroju t -TET. Weźmy ich moduły.
- iii) Dla każdego t policzmy średnią tych modułów różnic przypadającą na jeden klawisz.

Okazuje się, że dla $t * s < 500$, $f < 21$ system z $t = 10$ ma tę średnią niższą o rząd wielkości od każdego innego t .

- W tym sensie system dekafoniczny jest **unikalny** wśród wszystkich t -TET.

- P. Nurowski, *Pythagorean triples, the acoustic decaphonic piano, and why 10 is a unique choice*,
https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/pythagorean_minimal_final.pdf
- T. Zhan, *Equal temperament best fitted to natural scales*,
<https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/letter02.pdf>

- P. Nurowski, *Pythagorean triples, the acoustic decaphonic piano, and why 10 is a unique choice*,
https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/pythagorean_minimal_final.pdf
- T. Zhan, *Equal temperament best fitted to natural scales*,
<https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/letter02.pdf>

- P. Nurowski, *Pythagorean triples, the acoustic decaphonic piano, and why 10 is a unique choice*,
https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/pythagorean_minimal_final.pdf
- T. Zhan, *Equal temperament best fitted to natural scales*,
<https://www.fuw.edu.pl/~nurowski/letter02.pdf>

DZIĘKUJĘ!