

1. Wykazać, że

$$(\vec{x} \cdot \vec{\sigma})(\vec{y} \cdot \vec{\sigma}) = (\vec{x} \cdot \vec{y}) + i \vec{\sigma} \cdot (\vec{x} \times \vec{y}).$$

2. Znaleźć wartości i wektory własne operatora $\frac{d}{dx^2}$ na zbiorze funkcji dwukrotnie różniczkowalnych na $[0, 1]$ znikających na krańcach przedziału.
3. Znaleźć macierz ortogonalną diagonalizującą A oraz obliczyć $\sqrt{A}$ dla

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ -2 & 1 & -3 \\ 6 & -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

4. Macierz unitarna ma wartości własne o module równym 1. Sprawdzić ten fakt dla macierzy

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -e^{i\alpha} \sin \phi & 0 \\ e^{-i\alpha} \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha} \end{pmatrix}$$

dla rzeczywistych α i ϕ .