

Ćwiczenia 2
22.02.2005

1. Który z podzbiorów w $\mathbf{R}^5$ jest jej podprzestrzenią:
 - (a) $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) : x_1 + x_2 = 0, x_3 + x_4 = 0, x_3 + 4x_4 - x_5 = 1\}$,
 - (b) $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) : x_1 - x_2 = 0, x_2 + 3x_3 - x_4 = 0\}$.
2. Pokazać, że zbiór macierzy 2×2 o zerowych diagonalach stanowi podprzestrzeń w przestrzeni $M_{2 \times 2}$ macierzy 2×2 .
3. Niech $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ baza w V oraz $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1$, $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$, $\mathbf{u}_3 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$. Czy $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ jest bazą w V ?
4. Sprawdzić czy podane wektory stanowią bazę w $\mathbf{R}^3$ i przedstawić wektor $\mathbf{x}$ w tej bazie.
 - (a) $\mathbf{e}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 1, 2)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, 3)$ oraz $\mathbf{x} = (6, 9, 14)$,
 - (b) $\mathbf{e}_1 = (1, 2, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (2, 3, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (3, 7, 1)$ oraz $\mathbf{x} = (7, 14, -1)$.
5. Przedstawić poniższe wielomiany w postaci kombinacji liniowych wielomianów bazowych: $\mathbf{w}_1 = 2 + x + 4x^2$, $\mathbf{w}_2 = 1 - x + 3x^2$, $\mathbf{w}_3 = 3 + 2x + 5x^2$:
 - (a) $2 + 6x^2$,
 - (b) $2 + 2x + 3x^2$,
6. Dane są wektory $\mathbf{x} = \mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_2 + 3\mathbf{v}_3$ oraz $\mathbf{y} = -4\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ gdzie $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ – baza ortonormalna. Obliczyć kąt między tymi wektorami.
7. Pokazać, że suma kwadratów przekątnych równoległoboku jest równa sumie kwadratów boków tego równoległoboku.
8. Dopełnić do bazy ortonormalnej w $\mathbf{R}^n$:
 - (a) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$, $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$.