1. Metodą Grama–Schmidta zortogonalizować bazę

$$\mathbf{f}_1 = (1,0,0), \qquad \mathbf{f}_2 = (0,1,-1), \qquad \mathbf{f}_3 = (1,1,1).$$

2. Jakie warunki muszą spełniać parametry a i b by $f : \mathbf{R}^1 \to \mathbf{R}^1$, $f(x) = ax + b$ było przekształceniem liniowym?

3. Sprawdzić, czy są odwzorowaniami liniowymi ($\mathbf{W}_n$ to przestrzeń wektorowa wielomianów stopnia co najwyżej n, a C^n to przestrzeń funkcji co najmniej n–krotnie różniczkowalnych)

   (a) $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^4, T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_2 + x_3, 3x_1 + 2x_2 + x_3, 2x_1 + 5x_2, 3x_2 + 6x_3)$,

   (b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2, T(x_1, x_2) = (2x_1^2 + x_2, 3x_1 + x_2^2)$,

   (c) $T : \mathbf{R}^1 \to \mathbf{R}^2, T(x_1) = (x_1, 2x_1, 3x_1 + 1)$,

   (d) $T : \mathbf{W}_2 \to \mathbf{W}_3, T(w) = x \cdot w$,

   (e) $T : C^2 \to C^1, T(f) = f'$,

   (f) $T : \mathbf{W}_1 \to \mathbf{R}^1, T_\alpha(w) = w(\alpha)$.

4. Znaleźć obraz i jądro poniższych przekształceń liniowych

   (a) $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^2, T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4, x_1 + 2x_2 + 3x_3)$,

   (b) $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3, T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4, 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4, 6x_1 - 9x_3 + 9x_4)$,

   (c) $T : \mathbf{W}_3 \to \mathbf{W}_3, Tw = w'$,

   (d) $T : \mathbf{W}_1 \to \mathbf{W}_3, Tw = (x^2 - 1) \cdot w'$,