

1. Zapisać poniższe przekształcenia liniowe za pomocą wzoru
 - (a) Obrót wektora na płaszczyźnie o kąt α przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.
 - (b) W $\mathbf{R}^3$ rzut prostopadły na płaszczyznę rozpiętą przez wektory $(1, -1, 1)$ i $(1, 3, 0)$.
 - (c) W $\mathbf{R}^3$ odbicie lustrzane względem płaszczyzny $x + 2y - z = 0$.
2. Podać macierz odwzorowania liniowego $\mathcal{A} : W \rightarrow V$. Wektory $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ stanowią bazę przestrzeni W , a wektory $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ przestrzeni V .

$$\begin{aligned}\mathcal{A}\mathbf{w}_1 &= 2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3 + 2\mathbf{v}_4 \\ \mathcal{A}\mathbf{w}_2 &= \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + 2\mathbf{v}_3 - 2\mathbf{v}_4\end{aligned}$$

3. Podać macierz odwzorowania liniowego $\mathcal{A} : W \rightarrow V$. Bazę przestrzeni W stanowią wektory $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3$, a przestrzeni V wektory $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5$.

$$\begin{aligned}\mathcal{A}\mathbf{w}_1 &= 2\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3 - 2\mathbf{v}_4 + \mathbf{v}_5 \\ \mathcal{A}\mathbf{w}_2 &= \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + 2\mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_4 - \mathbf{v}_5 \\ \mathcal{A}\mathbf{w}_3 &= -\mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 - 2\mathbf{v}_4 - 2\mathbf{v}_5\end{aligned}$$

Czy wektor $\mathbf{v} = 7\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_4 + 5\mathbf{v}_5$ należy do obrazu tego przekształcenia?

4. Niech $\mathbf{W}_2$ i $\mathbf{W}_4$ oznaczają przestrzeń wielomianów odpowiednio co najwyżej 2 i 4 stopnia. Podać macierz przekształcenia liniowego $T(p) = (x^2 + x + 1)p(x)$ w bazach kanonicznych.