

1. Wyrazić operator różniczkowania w bazie $p_1 = 2, p_2 = 2 - 3x, p_3 = 2 - 3x + 8x^2$. Obliczyć rząd tej macierzy oraz znaleźć jądro odwzorowania.
2. Dane są dwie bazy

$$B = \{\mathbf{v}_1 = (1, 0, 0), \mathbf{v}_2 = (2, 2, 0), \mathbf{v}_3 = (3, 3, 3)\},$$

$$B' = \{\mathbf{v}'_1 = (1, 2, 3), \mathbf{v}'_2 = (-4, 5, 6), \mathbf{v}'_3 = (7, -8, 9)\}.$$

- (a) Znaleźć macierz przekształcenia identycznościowego $I : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ w podanych bazach.
 - (b) Przedstawić wektor $\mathbf{v} = (2, -1, 3)$ w bazie B .
 - (c) Korzystając z macierzy znalezionej w punkcie (a) znaleźć wektor $\mathbf{v}$ w bazie B' . Sprawdzić otrzymany wynik.
3. Dane jest odwzorowanie (w bazie kanonicznej)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Podać macierz tego odwzorowania w bazie $\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(1, 2), \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$.

4. Dane są bazy w $\mathbb{R}^3$

$$B = \{\mathbf{v}_1 = (-3, 0, 3), \mathbf{v}_2 = (-3, 2, -1), \mathbf{v}_3 = (1, 6, -1)\},$$

$$B' = \{\mathbf{v}'_1 = (-6, -6, 0), \mathbf{v}'_2 = (-2, -6, 4), \mathbf{v}'_3 = (-2, -3, 7)\}.$$

Znaleźć macierz transformacji z bazy B do bazy B' oraz wyznaczyć współrzędne wektora $\mathbf{w} = (-5, 8, -5)$ w obu bazach metodą transformacji współrzędnych. Sprawdzić wynik bezpośrednim rachunkiem.