

- Dane są wektory $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Obliczyć
 - $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$,
 - $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{b}$,
 - $(2\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (2\mathbf{a} + \mathbf{b})$.
- Odwzorowanie $T_{\mathbf{n}}$ zdefiniowane jest jako iloczyn wektorowy przez ustalony wektor $\mathbf{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$: $\mathbf{v} \mapsto T_{\mathbf{n}}\mathbf{v} = \mathbf{n} \times \mathbf{v}$. Podać macierz tego odwzorowania (w bazie kanonicznej).
- Dane jest odwzorowanie przestrzeni wielomianów stopnia drugiego w przestrzeń wielomianów stopnia trzeciego $\mathcal{A} : \mathbf{W}_2 \rightarrow \mathbf{W}_3$ zdefiniowane następująco:

$$\mathcal{A}w(x) = (x+1)w(x).$$

Znaleźć jądro i obraz tego odwzorowania.

- Ortogonalny układ współrzędnych (x', y', z') powstał w wyniku obrócenia układu (x, y, z) o kąt $\frac{3}{4}\pi$ wokół osi y .
 - Wyznaczyć współrzędne (x', y', z') punktu P , którego współrzędne w układzie (x, y, z) są równe $(-2, 6, 3)$.
 - Wyznaczyć współrzędne (x, y, z) punktu Q , którego współrzędne w układzie (x', y', z') są równe $(1, 3, 0)$.
- Sprawdzić ortogonalność macierzy

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -2 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix},$$

$$(b) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}.$$

- Znaleźć w standardowych bazach macierz przekształcenia liniowego polegającego na lustrzanym odbiciu $\mathbb{R}^4$ względem hiperpłaszczyzny $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.